

<i>Rodzaj dokumentu:</i>	<b>Sprawozdanie za rok 2021 województwo lubuskie</b>
<i>Egzamin:</i>	<b>Egzamin maturalny</b>
<i>Przedmiot:</i>	<b>Fizyka</b>
<i>Poziom:</i>	<b>Poziom rozszerzony</b>
<i>Termin egzaminu:</i>	18 maja 2021 r.
<i>Data publikacji dokumentu:</i>	17 września 2021 r.

**Opracowanie**

Mariusz Mroczek (Centralna Komisja Egzaminacyjna)

dr Lidia Szymczak-Mazur (Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Jaworznie)

**Redakcja**

dr Wioletta Kozak (Centralna Komisja Egzaminacyjna)

**Opracowanie techniczne**

Andrzej Kaptur (Centralna Komisja Egzaminacyjna)

**Współpraca**

Beata Dobrosielska (Centralna Komisja Egzaminacyjna)

Agata Wiśniewska (Centralna Komisja Egzaminacyjna)

Pracownie ds. Analiz Wyników Egzaminacyjnych okręgowych komisji egzaminacyjnych

**Opracowanie dla województwa lubuskiego**

Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Poznaniu

dr Lidia Skibińska

Anna Sperling

Andrzej Popiół

Michał Pawlak

**Centralna Komisja Egzaminacyjna**

ul. Józefa Lewartowskiego 6, 00-190 Warszawa

tel. 22 536 65 00, fax 22 536 65 04

e-mail: sekretariat@cke.gov.pl

www.cke.gov.pl

## Spis treści

Opis arkusza maturalnego .....	4
Dane dotyczące populacji zdających .....	4
Przebieg egzaminu .....	5
Podstawowe dane statystyczne .....	6
Komentarz .....	12
Wnioski i rekomendacje .....	43

## Opis arkusza egzaminu maturalnego

W roku szkolnym 2020/2021 egzamin maturalny z fizyki został przeprowadzany na podstawie wymagań egzaminacyjnych określonych w załączniku nr 2 do rozporządzenia Ministra Edukacji i Nauki z dnia 20 marca 2020 r.<sup>1</sup>

Arkusz egzaminacyjny z fizyki na poziomie rozszerzonym zawierał ogółem 29 zadań (ujętych w 10 grup/wiązek tematycznych), na które składało się 9 zadań zamkniętych i 20 zadań otwartych krótkiej odpowiedzi. Zadania sprawdzały wiadomości oraz umiejętności ujęte w pięciu obszarach wymagań ogólnych:

- I. Znajomość i umiejętność wykorzystania pojęć i praw fizyki do wyjaśniania procesów i zjawisk w przyrodzie (11 zadań, w tym: 6 zadań zamkniętych łącznie za 7 punktów oraz 5 zadań otwartych łącznie za 12 punktów).
- II. Analiza tekstów popularnonaukowych i ocena ich treści (2 zadania otwarte za 5 punktów).
- III. Wykorzystanie i przetwarzanie informacji zapisanych w postaci tekstu, tabel, wykresów, schematów i rysunków (7 zadań, w tym 3 zadania zamknięte łącznie za 5 punktów oraz 4 zadania otwarte łącznie za 9 punktów).
- IV. Budowa prostych modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk (7 zadań otwartych łącznie za 19 punktów).
- V. Planowanie i wykonywanie prostych doświadczeń i analiza ich wyników (2 zadania otwarte łącznie za 3 punkty).

Zdający mogli korzystać z *Wybranych wzorów i stałych fizykochemicznych na egzamin maturalny z biologii, chemii i fizyki* oraz linijki i kalkulatora prostego. Za rozwiązanie wszystkich zadań można było otrzymać 60 punktów.

## Dane dotyczące populacji zdających

**TABELA 1.** ZDAJĄCY ROZWIĄZUJĄCY ZADANIA W ARKUSZU STANDARDOWYM\*

Liczba zdających		497
Zdający rozwiązujący zadania w arkuszu standardowym	z liceów ogólnokształcących	326
	z techników	171
	ze szkół na wsi	2
	ze szkół w miastach do 20 tys. mieszkańców	69
	ze szkół w miastach od 20 tys. do 100 tys. mieszkańców	91
	ze szkół w miastach powyżej 100 tys. mieszkańców	335
	ze szkół publicznych	468
	ze szkół niepublicznych	29
	kobiety	116
	mężczyźni	381
	bez dysleksji rozwojowej	426
	z dysleksją rozwojową	71

\* Dane w tabeli dotyczą tegorocznych absolwentów.

Z egzaminu zwolniono 1 osobę – finalistę Olimpiady Fizycznej.

<sup>1</sup> Załącznik nr 2 do Rozporządzenia Ministra Edukacji Narodowej z dnia 20 marca 2020 r. w sprawie szczególnych rozwiązań w okresie czasowego ograniczenia funkcjonowania jednostek systemu oświaty w związku z zapobieganiem, przeciwdziałaniem i zwalczaniem COVID-19 (Dz.U. poz.493, z późn. zm.).

**TABELA 2.** ZDAJĄCY ROZWIĄZUJĄCY ZADANIA W ARKUSZACH DOSTOSOWANYCH

Zdający rozwiązujący zadania w arkuszach dostosowanych	z autyzmem, w tym z zespołem Aspergera	0
	słabowidzący	0
	niewidomi	0
	słabosłyszący	0
	niesłyszący	0
	z niepełnosprawnością ruchową spowodowaną mózgowym porażeniem dziecięcym	0
	<b>Ogółem</b>	<b>0</b>

## Przebieg egzaminu

**TABELA 3.** INFORMACJE DOTYCZĄCE PRZEBIEGU EGZAMINU

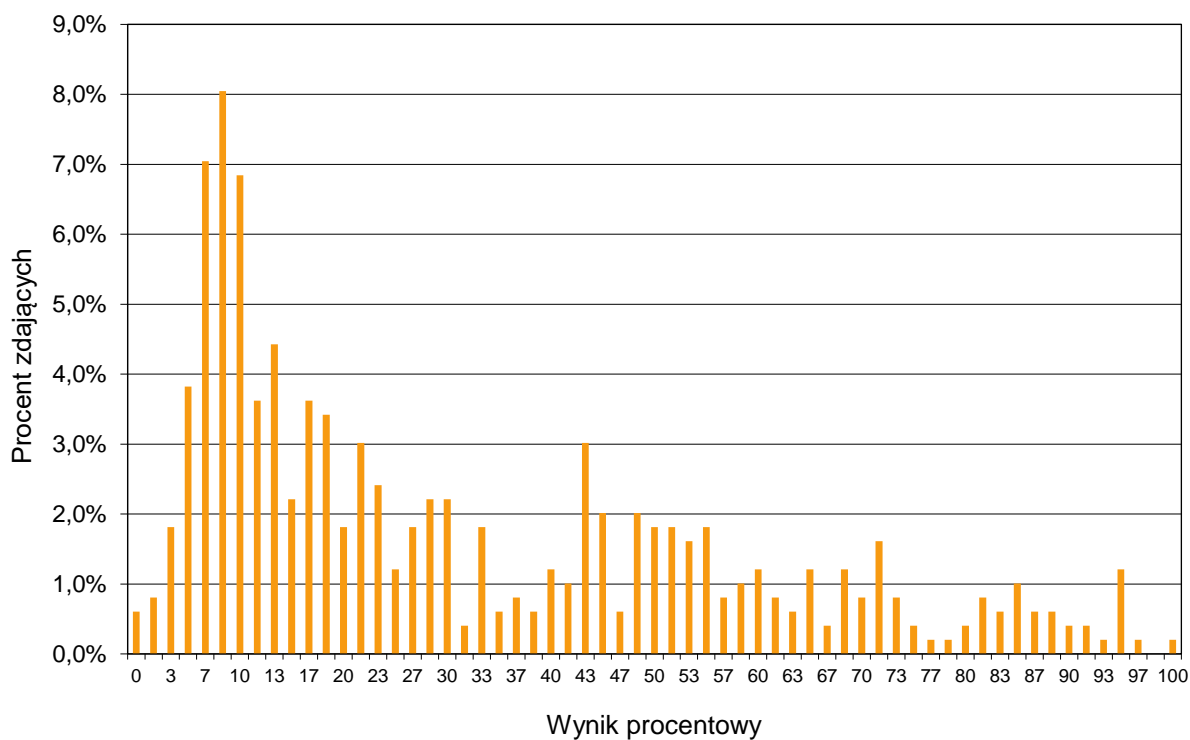
Termin egzaminu		18 maja 2021	
Czas trwania egzaminu dla arkusza standardowego		180 minut	
Liczba szkół		55	
Liczba zespołów egzaminatorów		1	
Liczba egzaminatorów		16	
Liczba obserwatorów <sup>2</sup> (§ 8 ust. 1)		0	
Liczba unieważnień <sup>3</sup>	w przypadku:		
	art. 44zzv pkt 1	stwierdzenia niesamodzielnego rozwiązywania zadań przez zdającego	0
	art. 44zzv pkt 2	wniesienia lub korzystania przez zdającego w sali egzaminacyjnej z urządzenia telekomunikacyjnego	0
	art. 44zzv pkt 3	zakłócenia przez zdającego prawidłowego przebiegu egzaminu	0
	art. 44zzw ust. 1	stwierdzenia podczas sprawdzania pracy niesamodzielnego rozwiązywania zadań przez zdającego	0
	art. 44zzy ust. 7	stwierdzenie naruszenia przepisów dotyczących przeprowadzenia egzaminu maturalnego	0
	art. 44zzy ust. 10	niemożność ustalenia wyniku (np. zaginięcie karty odpowiedzi)	0
Liczba wglądów <sup>3</sup> (art. 44zzz)		4	

<sup>2</sup> Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 21 grudnia 2016 r. w sprawie szczegółowych warunków i sposobu przeprowadzania egzaminu gimnazjalnego i egzaminu maturalnego (Dz.U. z 2016 r. poz. 2223, z późn. zm.).

<sup>3</sup> Ustawa o systemie oświaty (Dz.U. z 2020 r. poz. 1327, z późn. zm.).

## Podstawowe dane statystyczne

### Wyniki zdających

**WYKRES 1.** ROZKŁAD WYNIKÓW ZDAJĄCYCH

**TABELA 4.** WYNIKI ZDAJĄCYCH – PARAMETRY STATYSTYCZNE\*

Zdający	Liczba zdających	Minimum (%)	Maksimum (%)	Mediana (%)	Modalna (%)	Średnia (%)	Odchylenie standardowe (%)
<b>ogółem</b>	<b>497</b>	<b>0</b>	<b>100</b>	<b>22</b>	<b>8</b>	<b>31</b>	<b>25</b>
w tym:							
z liceów ogólnokształcących	326	0	100	33	17	38	26
z techników	171	0	88	10	8	17	17

\* Dane dotyczą wszystkich tegorocznych absolwentów. Parametry statystyczne są podane dla grup liczących 30 lub więcej zdających.

## Poziom wykonania zadań

TABELA 5. POZIOM WYKONANIA ZADAŃ

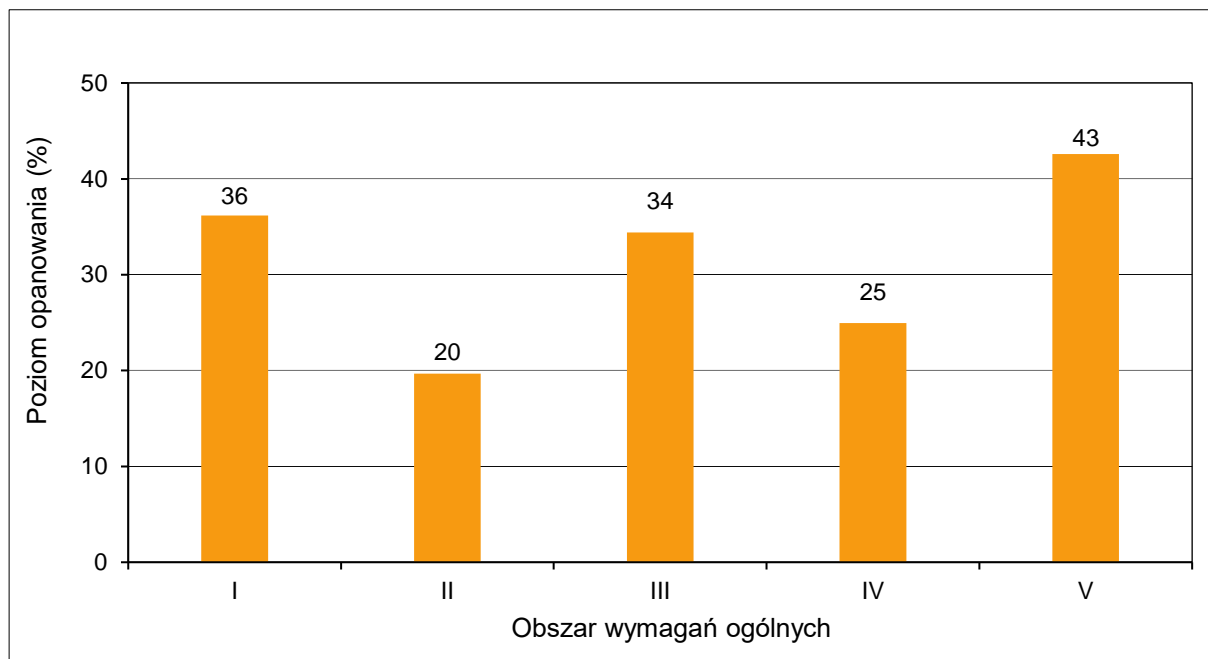
Wymagania egzaminacyjne 2021			
Nr zad.	Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe <i>Gdy wymaganie szczegółowe dotyczy materiału III etapu edukacyjnego, dopisano (G), a gdy zakresu podstawowego IV etapu, dopisano (P).</i>	Poziom wykonania zadania (%)
1.1.	I. Znajomość i umiejętność wykorzystania pojęć i praw fizyki do wyjaśniania procesów i zjawisk w przyrodzie.	Zdający: 1.4) wykorzystuje związki pomiędzy położeniem, prędkością i przyspieszeniem w ruchu jednostajnym i jednostajnie zmiennym do obliczania parametrów ruchu; 1.6) oblicza parametry ruchu podczas swobodnego spadku [...]; 1.15) analizuje ruch ciał w dwóch wymiarach na przykładzie rzutu poziomego.	25
1.2.	I. Znajomość i umiejętność wykorzystania pojęć i praw fizyki do wyjaśniania procesów i zjawisk w przyrodzie.	Zdający: 1.15) analizuje ruch ciał w dwóch wymiarach na przykładzie rzutu poziomego; 3.3) wykorzystuje zasadę zachowania energii mechanicznej do obliczania parametrów ruchu.	32
2.1.	III. Wykorzystanie i przetwarzanie informacji zapisanych w postaci tekstu, tabel, wykresów, schematów i rysunków.	Zdający: 1.1) [...] wykonuje działania na wektorach (dodawanie, odejmowanie, rozkładanie na składowe); 1.2) (P) [...] wskazuje przykłady sił pełniących rolę siły dośrodkowej; 1.8) wyjaśnia ruch ciał na podstawie drugiej zasady dynamiki Newtona.	35
2.2.	I. Znajomość i umiejętność wykorzystania pojęć i praw fizyki do wyjaśniania procesów i zjawisk w przyrodzie.	Zdający: 1.2) (P) opisuje zależności między siłą dośrodkową a masą, prędkością liniową i promieniem oraz wskazuje przykłady sił pełniących rolę siły dośrodkowej.	64
2.3.	IV. Budowa prostych modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk.	Zdający: 1.8) wyjaśnia ruch ciał na podstawie drugiej zasady dynamiki Newtona; 1.1) (P) opisuje ruch jednostajny po okręgu, posługując się pojęciem okresu i częstotliwości; 1.2) (P) opisuje zależności między siłą dośrodkową a masą, prędkością liniową i promieniem oraz wskazuje przykłady sił pełniących rolę siły dośrodkowej.	14
3.1.	III. Wykorzystanie i przetwarzanie informacji zapisanych w postaci tekstu, tabel, wykresów, schematów i rysunków.	Zdający: 6.11) opisuje efekt Dopplera w przypadku poruszającego się źródła i nieruchomego obserwatora.	30

3.2.	IV. Budowa prostych modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk.	Zdający: 6.11) opisuje efekt Dopplera w przypadku poruszającego się źródła i nieruchomego obserwatora; 12.3) przeprowadza złożone obliczenia [...].	17
4.1.	I. Znajomość i umiejętność wykorzystania pojęć i praw fizyki do wyjaśniania procesów i zjawisk w przyrodzie.	Zdający: 1.6) (P) [...] wskazuje siłę grawitacji jako siłę dośrodkową [...]; 4.1) wykorzystuje prawo powszechnego ciężenia do obliczenia siły oddziaływań grawitacyjnych między masami punktowymi i sferycznie symetrycznymi; 4.6) wyjaśnia pojęcie pierwszej [...] prędkości kosmicznej; oblicza ich wartości dla różnych ciał niebieskich.	65
4.2.	I. Znajomość i umiejętność wykorzystania pojęć i praw fizyki do wyjaśniania procesów i zjawisk w przyrodzie.	Zdający: 1.2) (P) opisuje zależności między siłą dośrodkową a masą, prędkością liniową i promieniem oraz wskazuje przykłady sił pełniących rolę siły dośrodkowej.	44
4.3.	IV. Budowa prostych modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk.	Zdający: 4.1) wykorzystuje prawo powszechnego ciężenia do obliczenia siły oddziaływań grawitacyjnych między masami punktowymi i sferycznie symetrycznymi; 4.7) oblicza okres ruchu satelitów (bez napędu) wokół Ziemi.	33
5.1.	I. Znajomość i umiejętność wykorzystania pojęć i praw fizyki do wyjaśniania procesów i zjawisk w przyrodzie.	Zdający: 9.5) analizuje siłę elektrodynamiczną działającą na przewodnik z prądem w polu magnetycznym; 9.10) stosuje regułę Lenza w celu wskazania kierunku przepływu prądu indukcyjnego; 9.3) analizuje ruch cząstki naładowanej w stałym jednorodnym polu magnetycznym.	44
5.2.	IV. Budowa prostych modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk.	Zdający: 1.7) opisuje [...] ruch ciał, wykorzystując pierwszą zasadę dynamiki Newtona; 9.5) analizuje siłę elektrodynamiczną działającą na przewodnik z prądem w polu magnetycznym.	35
5.3.	I. Znajomość i umiejętność wykorzystania pojęć i praw fizyki do wyjaśniania procesów i zjawisk w przyrodzie.	Zdający: 9.8) analizuje napięcie uzyskiwane na końcach przewodnika podczas jego ruchu w polu magnetycznym; 9.9) oblicza siłę elektromotoryczną powstającą w wyniku zjawiska indukcji elektromagnetycznej; 8.4) stosuje prawa Kirchhoffa do analizy obwodów elektrycznych.	13



6.1.	III. Wykorzystanie i przetwarzanie informacji zapisanych w postaci tekstu, tabel, wykresów, schematów i rysunków.	Zdający: 12.2) samodzielnie wykonuje poprawne wykresy [...]; 9.11) opisuje prąd przemienny (natężenie, napięcie, częstotliwość, [...]); 9.12) opisuje działanie diody jako prostownika; 8.4) stosuje prawa Kirchhoffa do analizy obwodów elektrycznych.	22
6.2.	IV. Budowa prostych modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk.	Zdający: 9.11) opisuje prąd przemienny (natężenie, napięcie, [...] wartości skuteczne); 9.12) opisuje działanie diody jako prostownika; 8.6) oblicza pracę wykonaną podczas przepływu prądu przez różne elementy obwodu oraz moc rozproszoną na oporze.	7
7.1.	IV. Budowa prostych modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk.	Zdający: 5.2) opisuje przemianę izochoryczną; 5.3) interpretuje wykresy ilustrujące przemiany gazu doskonałego.	35
7.2.	III. Wykorzystanie i przetwarzanie informacji zapisanych w postaci tekstu, tabel, wykresów, schematów i rysunków.	Zdający: 5.6) oblicza zmianę energii wewnętrznej w przemianie izobarycznej i izochorycznej oraz pracę wykonaną w przemianie izobarycznej; 5.8) analizuje pierwszą zasadę termodynamiki jako zasadę zachowania energii.	50
7.3.	I. Znajomość i umiejętność wykorzystania pojęć i praw fizyki do wyjaśniania procesów i zjawisk w przyrodzie.	Zdający: 5.1) [...] stosuje równanie gazu doskonałego (równanie Clapeyrona) do wyznaczenia parametrów gazu; 5.3) interpretuje wykresy ilustrujące przemiany gazu doskonałego.	32
7.4.	III. Wykorzystanie i przetwarzanie informacji zapisanych w postaci tekstu, tabel, wykresów, schematów i rysunków.	Zdający: 3.6) (G) posługuje się pojęciem ciśnienia [...]; 8.4) (G) przelicza wielokrotności i podwielokrotności (przedrostki mikro-, mili-, centy-, hekto-, kilo-, mega-); przelicza jednostki czasu (sekunda, minuta, godzina, doba).	25
7.5.	III. Wykorzystanie i przetwarzanie informacji zapisanych w postaci tekstu, tabel, wykresów, schematów i rysunków.	Zdający: 5.6) oblicza zmianę energii wewnętrznej w przemianie [...] izochorycznej; 5.7) posługuje się pojęciem ciepła molowego w przemianach gazowych.	41
8.1.	V. Planowanie i wykonywanie prostych doświadczeń i analiza ich wyników.	Zdający: 10.5) rysuje i wyjaśnia konstrukcje tworzenia obrazów rzeczywistych [...] otrzymywane za pomocą soczewek skupiających [...].	45
8.2.	V. Planowanie i wykonywanie prostych doświadczeń i analiza ich wyników.	Zdający: 10.5) rysuje i wyjaśnia konstrukcje tworzenia obrazów [...] pozornych otrzymywane za pomocą soczewek skupiających [...].	38

8.3.	I. Znajomość i umiejętność wykorzystania pojęć i praw fizyki do wyjaśniania procesów i zjawisk w przyrodzie.	Zdający: 7.7) (G) [...] rozróżnia obrazy rzeczywiste, pozorne, proste, odwrócone, powiększone, pomniejszone.	38
9.1.	I. Znajomość i umiejętność wykorzystania pojęć i praw fizyki do wyjaśniania procesów i zjawisk w przyrodzie.	Zdający: 2.5) (P) interpretuje zasadę zachowania energii przy przejściach elektronu między poziomami energetycznymi w atomie z udziałem fotonu; 11.2) stosuje zależność między energią fotonu a częstotliwością i długością fali.	53
9.2.	IV. Budowa prostych modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk.	Zdający: 2.3) (P) opisuje budowę atomu wodoru, stan podstawowy i stany wzbudzone; 2.5) (P) interpretuje zasadę zachowania energii przy przejściach elektronu między poziomami energetycznymi w atomie z udziałem fotonu; 11.2) stosuje zależność między energią fotonu a częstotliwością i długością fali.	40
10.1.	II. Analiza tekstów popularnonaukowych i ocena ich treści.	Zdający: 1.12) (G) opisuje wpływ oporów ruchu na poruszające się ciała; 1.7) opisuje [...] ruch ciał, wykorzystując pierwszą zasadę dynamiki Newtona; 7.2) posługuje się pojęciem natężenia pola elektrostatycznego; 7.8) analizuje ruch cząstki naładowanej w stałym jednorodnym polu elektrycznym.	12
10.2.	II. Analiza tekstów popularnonaukowych i ocena ich treści.	Zdający: 4.5) (G) posługuje się pojęciem ładunku elektrycznego jako wielokrotności ładunku elektronu (elementarnego); 1.7) opisuje [...] ruch ciał, wykorzystując pierwszą zasadę dynamiki Newtona; 7.2) posługuje się pojęciem natężenia pola elektrostatycznego.	31
10.3.	III. Wykorzystanie i przetwarzanie informacji zapisanych w postaci tekstu, tabel, wykresów, schematów i rysunków.	Zdający: 3.1) (P) posługuje się pojęciami pierwiastek, jądro atomowe, izotop, proton, neutron, elektron; podaje skład jądra atomowego na podstawie liczby masowej i atomowej; 3.3) (P) wymienia właściwości promieniowania jądrowego $\alpha$ , $\beta$ , $\gamma$ ; opisuje rozpady alfa [...]; 3.5) (P) opisuje reakcje jądrowe, stosując zasadę zachowania liczby nukleonów i zasadę zachowania ładunku [...].	58
10.4.	I. Znajomość i umiejętność wykorzystania pojęć i praw fizyki do wyjaśniania procesów i zjawisk w przyrodzie.	Zdający: 3.2) (P) posługuje się pojęciami: energii spoczynkowej, deficytu masy i energii wiązania [...]; 3.3) (P) wymienia właściwości promieniowania jądrowego $\alpha$ , $\beta$ , $\gamma$ ; opisuje rozpady alfa [...]; 3.5) (P) opisuje reakcje jądrowe, stosując [...] zasadę zachowania energii.	22

**WYKRES 2.** POZIOM WYKONANIA ZADAŃ W OBSZARZE WYMAGAŃ OGÓLNYCH

## Komentarz – na podstawie wyników wszystkich zdających w kraju

W roku 2021 do egzaminu maturalnego z fizyki w Formule 2015 przystąpili po raz siódmy absolwenci liceów ogólnokształcących, a po raz szósty – absolwenci techników. Egzamin odbył się tylko na poziomie rozszerzonym i okazał się dosyć trudny. Średni wynik, jaki osiągnęli wszyscy absolwenci (liceów oraz techników łącznie), wynosi 37%. Absolwenci liceów osiągnęli średni wynik 45%, natomiast absolwenci techników – 19%.

### Analiza jakościowa zadań

Tegoroczny arkusz maturalny z fizyki składał się ogółem z 29 pojedynczych zadań ujętych w 10 grup tematycznych, za które można było uzyskać łącznie 60 punktów. 3 zadania w arkuszu okazały się dla zdających bardzo trudne (poziom wykonania każdego z nich był niższy lub równy 19%), 19 zadań było dla zdających trudne (poziom wykonania każdego z tych zadań wynosił od 20% do 49%), 6 zadań okazało się umiarkowanie trudne (poziom wykonania każdego z nich wynosił od 50% do 69%), a 1 zadanie było łatwe (jego poziom wykonania wyniósł 70%). Zadań o poziomie wykonania powyżej 89% (czyli bardzo łatwych) nie było w arkuszu.

Rozkład punktacji na poszczególnych poziomach trudności przedstawia się następująco: całkowita liczba punktów, jakie można było uzyskać w sumie za zadania bardzo trudne, wynosiła 9 (co stanowi 15% maksymalnej liczby punktów możliwych do zdobycia); całkowita liczba punktów, jakie można było uzyskać w sumie za zadania trudne, wynosiła 41 (to jest 68,3% punktów możliwych do osiągnięcia); całkowita liczba punktów, jakie można było uzyskać w sumie za zadania umiarkowanie trudne wynosiła 8 (czyli 13,3% punktów możliwych do zdobycia), a łączna liczba punktów możliwych do uzyskania za zadania łatwe była równa 2 (około 3,3% punktów w arkuszu). Z przedstawionej statystyki wynika, że większość zadań w arkuszu była dla zdających trudna.

Tegoroczny arkusz maturalny z fizyki zawierał 20 zadań otwartych, za które można było dostać w sumie 48 punktów (80% całkowitej punktacji), oraz 9 zadań zamkniętych, za które można było dostać łącznie 12 punktów (ok. 20% całkowitej punktacji). Poziom wykonania wszystkich zadań otwartych wyniósł w tym roku ok. 34%, a poziom wykonania wszystkich zadań zamkniętych wyniósł ok. 49%.

Przyjmujemy do naszej analizy, że zadania obliczeniowe to te zadania otwarte, w których zdający – aby uzyskać punkty za rozwiązanie – musiał wykonać jakiegokolwiek obliczenia lub przekształcenia algebraiczne wzorów. W arkuszu znalazło się 15 zadań obliczeniowych (spośród wszystkich 29 zadań). Można było za nie uzyskać łącznie 36 punktów, co stanowi ok. 60% maksymalnej liczby punktów możliwych do zdobycia. Poziom wykonania wszystkich zadań obliczeniowych w arkuszu wyniósł ok. 31%, a poziom wykonania zadań nieobliczeniowych – ok. 46%. Podobnie jak w ubiegłych latach, tak i w tym roku zadania obliczeniowe okazały się dla zdających zdecydowanie trudniejsze.

## Zadania, z którymi zdający poradzili sobie najłabiej

W tej części *Komentarza* omówimy zadania, z którymi zdający poradzili sobie najłabiej. Przyjmiemy do analizy zadania, których poziom wykonania jest poniżej (lub jest równy) 37% – czyli jest niższy od średniego wyniku wszystkich absolwentów.

Wyniki, jakie osiągnęli zdający (w tym także za najtrudniejsze zadania), dobrze korelowały z wynikami uzyskanymi za cały arkusz. Przekonują o tym wartości tzw. współczynników korelacji liniowej Pearsona dla poszczególnych zadań. Współczynnik ten może przyjmować wartości od  $-1$  do  $1$  i jest miarą stopnia zależności/powiązania/korelacji liniowej między zmiennymi losowymi (w naszym przypadku parami zmiennych losowych są: wyniki zdających za dane zadanie i odpowiadające im wyniki tychże zdających za cały arkusz). W praktyce pomiaru dydaktycznego dodatnie wartości współczynnika korelacji powyżej  $0,5$  oznaczają bardzo dobre powiązanie wyniku zadania z wynikiem za cały arkusz – tzn. że wzrost wartości wyniku za dane zadanie w populacji zdających wiąże się ze wzrostem wartości wyniku za cały arkusz.

Większość zadań w arkuszu (23 zadania spośród 29) osiągnęła współczynnik korelacji liniowej powyżej  $0,5$  – w tym aż 14 zadań miało ten współczynnik powyżej  $0,7$ . To oznacza, że zadania bardzo dobrze różnicowały populację zdających. Ponadto w arkuszu egzaminacyjnym nie było zadań bardzo łatwych o poziomie wykonania powyżej 90% oraz nie było zadań bardzo trudnych o poziomie wykonania poniżej 10%.

Do każdego zadania omawianego w dalszej części komentarza, będziemy podawali dwa parametry: 1) poziom wykonania zadania (współczynnik łatwości wyrażony w %); 2) współczynnik korelacji liniowej Pearsona. Parametry te określone są dla całej populacji zdających egzamin maturalny z fizyki w 2021 roku w terminie głównym.

Zadania, których poziom wykonania jest poniżej średniej (37%), licząc kolejno od najtrudniejszego, to (w nawiasach obok parametrów statystycznych zapisano jakiej tematyki dotyczy zadanie oraz rodzaj zadania):

1. Zadanie 6.2. (12%, 0,66, prąd zmienny, zadanie otwarte)
2. Zadanie 10.1. (18%, 0,72, mechanika oraz pole elektryczne, zadanie otwarte)
3. Zadanie 5.3. (19%, 0,71, elektromagnetyzm, zadanie otwarte)
4. Zadanie 2.3. (20%, 0,73, mechanika, zadanie otwarte)
5. Zadanie 3.2. (23%, 0,74, fale mechaniczne, zadanie otwarte)
6. Zadanie 6.1. (26%, 0,69, prąd zmienny, zadanie otwarte)
7. Zadanie 10.4. (27%, 0,26, fizyka jądrowa, zadanie zamknięte)
8. Zadanie 7.4. (31%, 0,60, mechanika, zadanie otwarte)
9. Zadanie 1.1. (35%, 0,75, mechanika, zadanie otwarte)
10. Zadanie 3.1. (35%, 0,63, fale mechaniczne, zadanie zamknięte)
11. Zadanie 4.3. (37%, 0,80, grawitacja, zadanie otwarte)
12. Zadanie 10.2. (37%, 0,78, mechanika oraz pole elektryczne, zadanie otwarte)

Wśród wymienionych powyżej jako zadania najtrudniejsze, zdecydowaną większość stanowią zadania otwarte. W zadaniu 6.1. należało narysować wykresy, w zadaniu 7.4. uzupełnić zdanie poprzez wpisanie odpowiedniej wartości w wyznaczonym miejscu, a w pozostałych zadaniach obliczyć jakąś wielkość fizyczną bądź iloraz wielkości albo

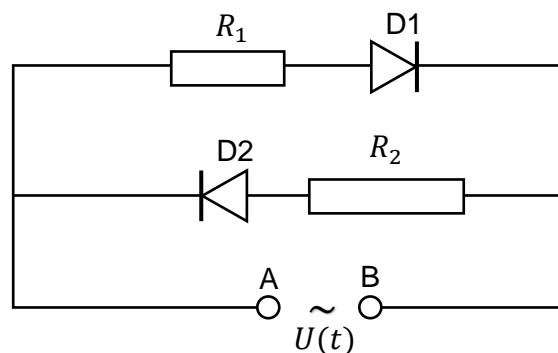
wyprowadzić zależność między wielkościami. Pośród zadań otwartych to zadania obliczeniowe, niezależnie od tego jakiego działu fizyki dotyczyły, sprawiały zdającym największą trudność. Rozwiązanie tego typu zadań wymagało wyodrębnienia zjawiska z opisanego kontekstu, zastosowania odpowiedniej zasady / prawa fizycznego, czy też innych zależności fizycznych bądź matematycznych. To w głównej mierze wpływa na niski poziom wykonania (31%) tego typu zadań.

Poniżej omówimy najtrudniejsze zadania w arkuszu i opiszemy błędy, jakie najczęściej popełniali zdający w swoich rozwiązaniach.

**Omówienie wiązki zadań 6.1. (26%, 0,69), 6.2. (12%, 0,66)**

Wiązka zadań 6.1.–6.2. dotyczyła prądu zmiennego w obwodzie z diodami i okazała się jednym z najtrudniejszych zestawów zadań w arkuszu.

**Zadanie 6.1.** uzyskało poziom wykonania 26% i zajmuje w całym arkuszu szóste miejsce pod względem trudności. Zadanie sprawdzało umiejętność narysowania wykresów zależności natężenia prądów przepływających przez oporniki w obwodzie z diodami (zobacz rysunek obok) od czasu.



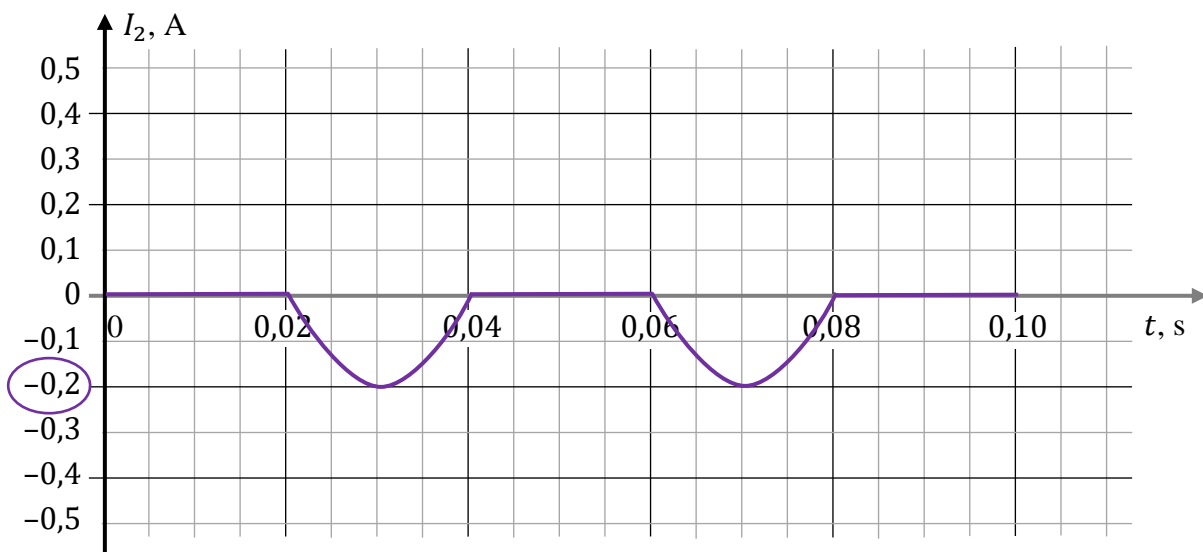
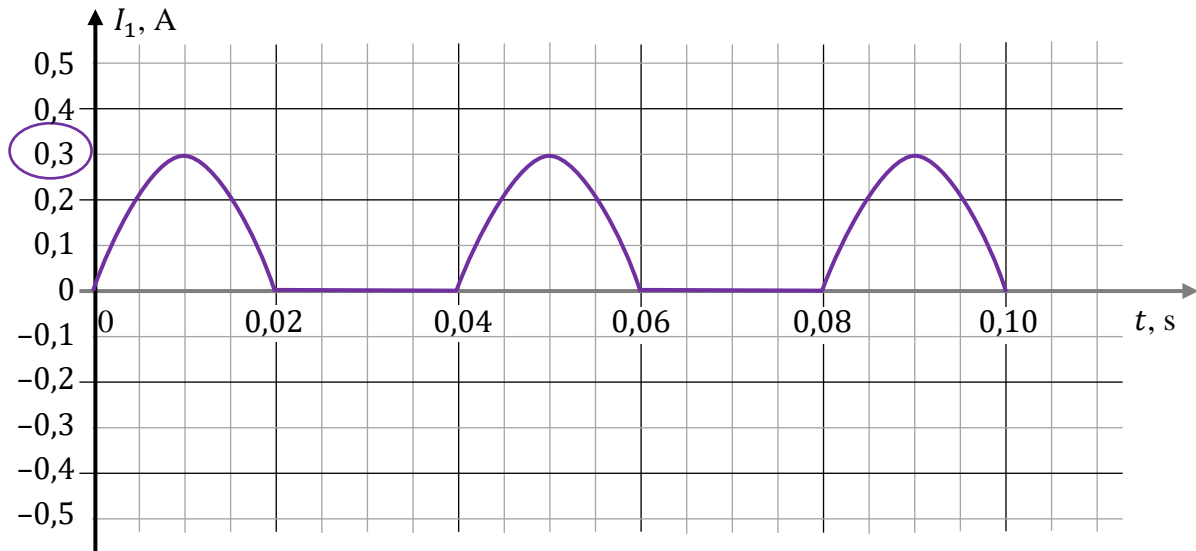
Pierwszym krokiem w rozwiązaniu zadania było wyznaczenie okresu zmian natężenia prądu oraz amplitud zmian natężeń prądów (na podstawie podanej amplitudy napięcia oraz oporów).

$$I_{1max} = \frac{U_{max}}{R_1} = \frac{6 \text{ V}}{20 \Omega} = 0,3 \text{ A} \quad I_{2max} = \frac{U_{max}}{R_2} = \frac{6 \text{ V}}{30 \Omega} = 0,2 \text{ A} \quad T = \frac{1}{25 \text{ Hz}} = 0,04 \text{ s}$$

Następnie, dla każdej połówki okresu, należało ustalić w jaki sposób płynie prąd w rozpatrywanym obwodzie, tj. w jakim kierunku i przez który opornik. W tym celu trzeba było określić biegunowość źródła napięcia zmiennego w każdej połowie okresu zmian (zadaną poprzez warunek początkowy), uwzględnić orientację diod w obwodzie oraz konwencję znaków określających kierunek przepływu prądu (wartości dodatnie natężenia prądu oznaczają zwrot przepływu prądu od A do B, a wartości ujemne – od B do A). Poniżej przeanalizujemy zagadnienie.

W pierwszej połowie okresu zmian napięcia, zgodnie z treścią zadania, na zacisku A prądniczy jest „+”, a na zacisku B jest „-”. Zatem prąd płynie wtedy od A do B i zgodnie z opisaną konwencją jest on dodatni. Ponadto w pierwszej połowie zmian okresu biegunowość źródła jest zgodna z orientacją diody D1 oraz przeciwna do orientacji diody D2. W związku z tym w pierwszej połowie zmian okresu prąd płynie tylko przez opornik  $R_1$ .

W drugiej połowie zmian okresu na zacisku B prądniczy jest „+”, a na zacisku A jest „-”. Zatem prąd płynie wtedy od B do A i zgodnie z opisaną konwencją jest on ujemny. Ponadto w drugiej połowie zmian okresu biegunowość źródła jest zgodna z orientacją diody D2 oraz przeciwna do orientacji diody D1. W związku z tym w drugiej połowie zmian okresu prąd płynie tylko przez opornik  $R_2$ . Poniżej przedstawiono rozwiązanie zadania.



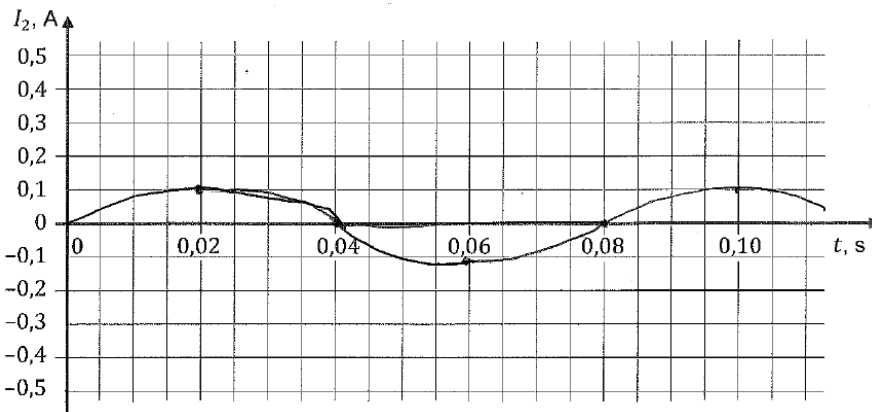
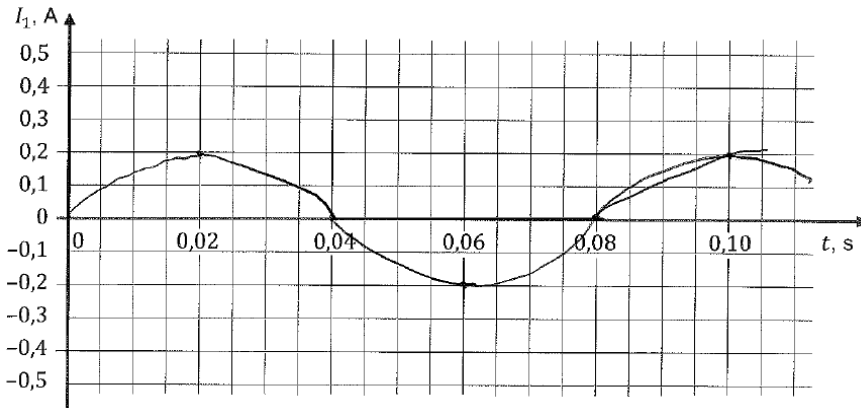
Błędy, jakie najczęściej popełniali zdający, to niepoprawne określenie amplitudy natężenia prądu lub okresu zmian (w tym niepoprawne uwzględnienie  $T = 0,04$  s na wykresie). Ponadto wielu zdających nieprawidłowo określało zwrot półówek sinusoid lub rysowało półówki sinusoid na niewłaściwych odcinkach czasu. Tego rodzaju błędy świadczą o tym, że zdający nieprawidłowo określali kierunek przepływu prądu w kolejnych półówkach okresu. To z kolei wiązało się z niepoprawnym określeniem biegunowości diod albo źródła prądu lub niepoprawnym zastosowaniem konwencji znaków. Zdarzały się również takie rozwiązania, w których nie uwzględniano wpływu diod na przepływ prądu w obwodzie.

Poniższe przykłady ilustrują opisane błędy zdających. W przykładach 1.–2. zostały omówione błędy odnoszące się do obu wykresów, a w przykładach 3.–4. zostały omówione błędy odnoszące się do jednego z wykresów.

**Przykład 1. – rozwiązania zdających**

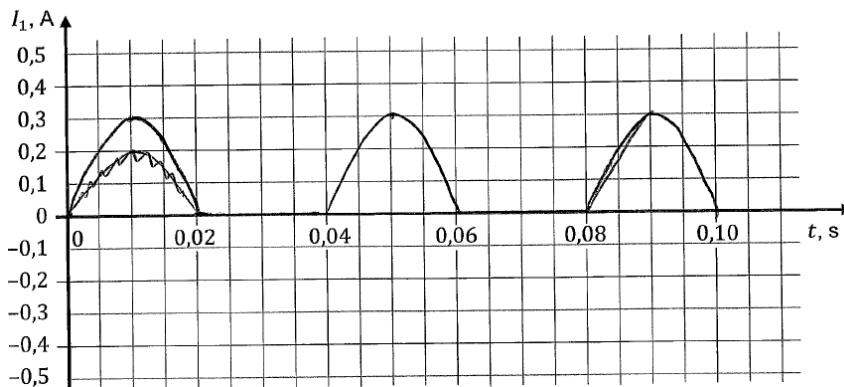
W poniższym przykładzie zdający:

- 1) błędnie ustalił amplitudy natężeń prądów,
- 2) błędnie uwzględnił na wykresie okres zmian (pomylił okres z połówką okresu),
- 3) nie uwzględnił wpływu dioda na przepływ prądu w obwodzie.

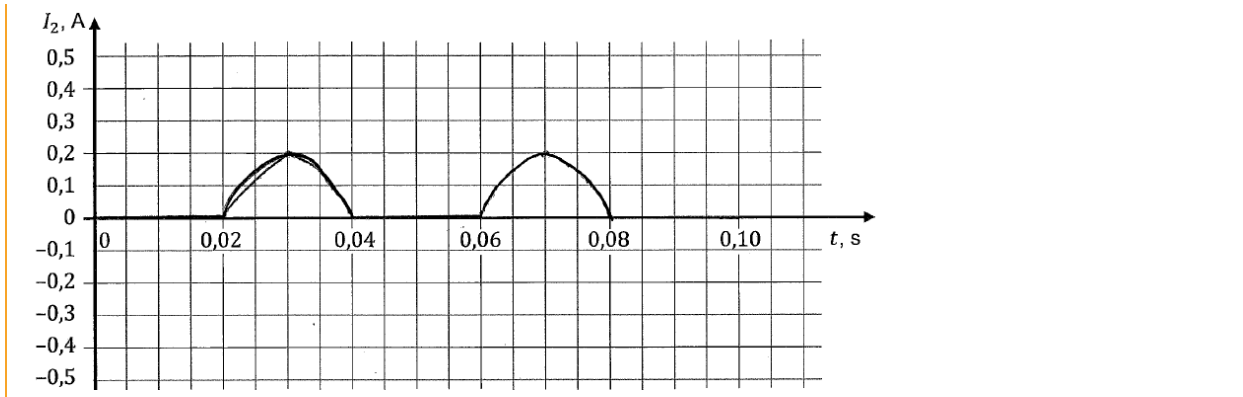


**Przykład 2. – rozwiązania zdających**

W poniższym przykładzie zdający niepoprawnie określił zwrot półwek sinusoidy dla prądu płynącego przez opornik  $R_2$  – to oznacza błędne określenie kierunku przepływu prądu w parzystych półwekach okresu zmian.



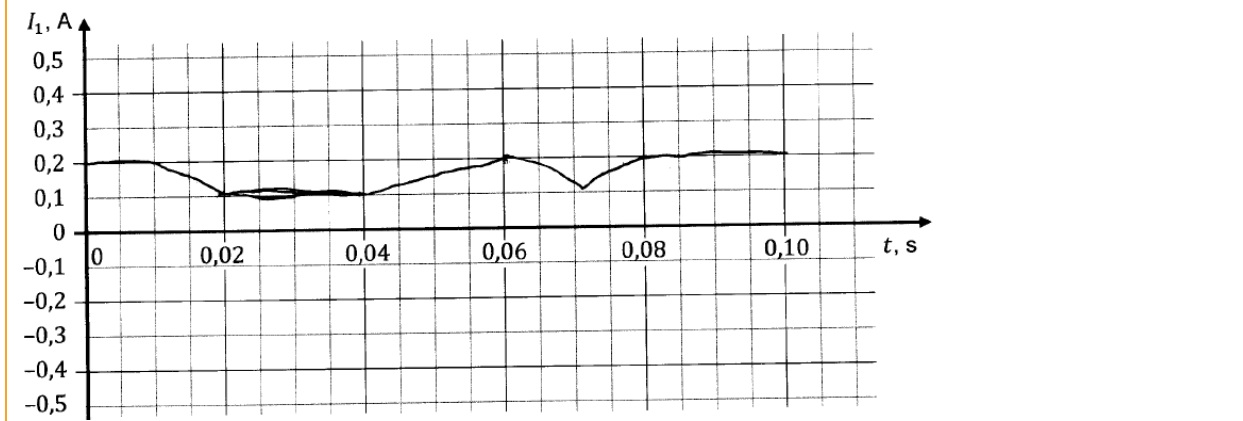




Innym, rzadziej spotykanym rodzajem błędów było nieprawidłowe uwzględnienie przebiegu sinusoidalnego – o którym było napisane w treści zadania.

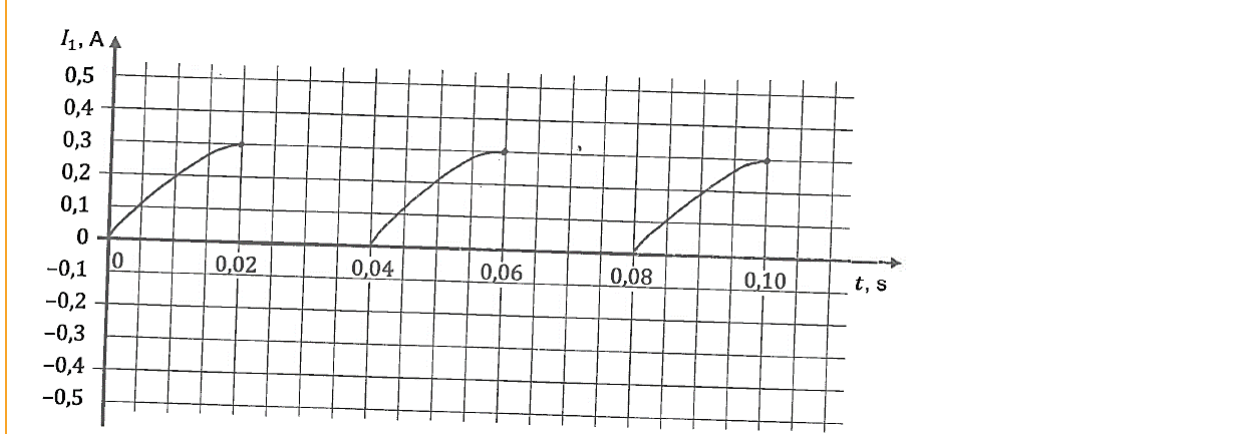
### Przykład 3 – rozwiązania zdających

Zdający błędnie ilustruje przebieg sinusoidalny. Ponadto nieprawidłowo określił amplitudę natężenia prądu oraz okres zmian.



### Przykład 4 – rozwiązania zdających

Zdający błędnie ilustruje przebieg sinusoidalny.



Niski poziom wykonania zadania świadczy o słabym rozumieniu roli diody w obwodzie elektrycznym z prądu zmiennego, a także o braku umiejętności przedstawienia – zgodnie z opisaną konwencją – przebiegu przepływu prądu na wykresie zależności natężenia tego

prądu od czasu. Zadanie uzyskało wysoką moc różnicującą (0,69), co oznacza, że zadanie nie sprawiło trudności zdającym dobrze przygotowanym do egzaminu (którzy uzyskali wysokie wyniki za cały arkusz).

**Zadanie 6.2.** uzyskało najniższy poziom wykonania (12%). Poleceniem zadania było obliczenie ciepła wydzielonego na obu opornikach łącznie w czasie  $t = 10$  s działania prądnicy. Żeby rozwiązać zadanie, należało obliczyć sumę ciepł wydzielanych na obu opornikach w tym czasie. Kluczowym było tutaj określenie czasu przepływu prądu przez każdy z oporników – czyli czasu, w jakim było wydzielane ciepło. Ponieważ w tym przypadku prąd płynie przez każdy opornik tylko w połowie okresu zmian napięcia, a czas  $t$  jest całkowitą wielokrotnością okresu  $T$ , to ciepło na danym oporniku jest wydzielane przez połowę czasu  $t$ . Ponadto należało skorzystać ze związku między ciepłem a mocą i czasem oraz związku między mocą a parametrami skutecznymi (lub maksymalnymi) prądu i oporem. Te zależności prowadzą ostatecznie do wyrażenia na ciepło całkowite  $Q_c$  wydzielane w obwodzie oraz wyniku:

$$Q_c = \frac{U_{max}^2}{2R_1} \cdot \frac{t}{2} + \frac{U_{max}^2}{2R_2} \cdot \frac{t}{2} = \frac{6^2 \text{ V}^2}{2 \cdot 20 \text{ } \Omega} \cdot 5 \text{ s} + \frac{6^2 \text{ V}^2}{2 \cdot 30 \text{ } \Omega} \cdot 5 \text{ s} = 4,5 \text{ J} + 3 \text{ J} = 7,5 \text{ J}$$

Inna metoda rozwiązania zadania bazowała na obliczeniu ciepła w obwodzie zastępczym. Należało zauważyć, że ciepło wydzielone w obwodzie z diodami jest takie samo, jak ciepło wydzielone w obwodzie zastępczym bez diod, zasilanym takim samym napięciem przemiennym. W takim obwodzie prąd płynąłby jednocześnie przez oba połączone równolegle oporniki  $R_1$  i  $R_2$  w czasie  $\Delta t = \frac{t}{2} = 5$  s. W tej metodzie należało wyznaczyć opór zastępczy obwodu i zastosować związek pomiędzy ciepłem a mocą i czasem oraz związek między mocą a parametrami skutecznymi (lub maksymalnymi) prądu i oporem zastępczym. Te zależności prowadzą ostatecznie do wyrażenia na ciepło całkowite

$$Q_c = \frac{U_{sk}^2}{\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}} \cdot \frac{t}{2} = \frac{6^2 \text{ V}^2}{2 \cdot \frac{20 \cdot 30}{20 + 30} \text{ } \Omega} \cdot 5 \text{ s} = 7,5 \text{ J}$$

Zasadniczą trudnością w zadaniu było określenie czasu przepływu prądu przez opornik oraz zastosowanie związku między mocą a parametrami skutecznymi prądu i oporem. Większość błędów popełniana przez zdających, którzy podjęli rozwiązanie, wiązała się właśnie z pokonaniem tych trudności.

### Przykład 5 – rozwiązania zdających

W przedstawionym przykładzie zdający zsumował ciepła wydzielane na obu opornikach, wykorzystał związek między ciepłem a mocą i czasem, poprawnie określił czas, w jakim ciepło jest wydzielane na każdym z oporników, niestety błędnie zastosował związek między mocą a parametrami prądu (nie użył parametrów skutecznych).

Handwritten student solution on grid paper:

$$W = U \cdot I \cdot t$$

$$Q = W_1 + W_2$$

$$Q = 6 \cdot 0,3 \cdot 5 + 6 \cdot 0,2 \cdot 5 = 30 \cdot (0,3 + 0,2) = 15 \text{ J}$$

**Przykład 6 – rozwiązania zdających**

W przedstawionym rozwiązaniu zdający błędnie określił czas przepływu prądu przez oporniki  $R_1$  i  $R_2$  jako 6 s i 4 s. Te czasy powinny wynosić 5 s i 5 s. Zdający poprawnie określił czas przepływu prądu przez oporniki w czasie pierwszych 0,1 s, ale wysnuł na podstawie tego błędny wniosek o czasie przepływu prądu przez oporniki w czasie 10 s (nie uwzględnił faktu, że w kolejnych odstępach czasu równych 0,1 s czasy te się zamieniają).

$$\begin{array}{l}
 t = 10 \text{ s} \quad U_{\max} = 6 \text{ V} \quad t = t_1 + t_2 \quad Q = P \cdot t \\
 R_1 = 20 \Omega \quad \text{w ciągu } 0,1 \text{ s prąd} \quad Q_1 = P_1 t_1, Q_2 = P_2 t_2 \\
 R_2 = 30 \Omega \quad \text{przynajmniej } 0,06 \text{ s przez} \quad Q_c = Q_1 + Q_2 \\
 \quad \quad \quad \text{opornik } R_1, \text{ i } 0,04 \text{ s przez } R_2, \\
 \text{cykli w ciągu } 10 \text{ s: } t_1 = 6 \text{ s, } t_2 = 4 \text{ s} \quad P = U_{sk} I_{sk} \\
 U_{sk} = \frac{U_{\max}}{\sqrt{2}} = 4,26 \text{ [V]} \quad P_1 = \frac{U_{sk}^2}{R_1}, P_2 = \frac{U_{sk}^2}{R_2} \quad I_{sk} = \frac{U_{sk}}{R} \\
 Q_1 = P_1 t_1 = \frac{U_{sk}^2}{R_1} \cdot t_1 = \frac{18,15}{20} \cdot 6 = 5,45 \text{ J} \quad \downarrow \\
 Q_2 = P_2 t_2 = \frac{18,15}{30} \cdot 4 = 2,42 \text{ J} \quad Q_c = 5,45 + 2,42 = 7,87 \text{ [J]} \quad P = \frac{U_{sk}^2}{R}
 \end{array}$$

**Przykład 7 – rozwiązania zdających**

W przedstawionym rozwiązaniu zdający poprawnie obliczył ciepło wydzielane w obwodzie w czasie jednego okresu, natomiast błędnie obliczył ilość okresów w czasie 10 sekund (powinno być  $\frac{10 \text{ s}}{0,04 \text{ s}} = 250$ , a nie 2500).

$$\begin{array}{l}
 U_{sk} = \frac{U_{\max}}{\sqrt{2}} = \frac{6\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2} \text{ [V]} \quad I_{sk} = \frac{I_{\max}}{\sqrt{2}} \quad \begin{array}{l} T_{okn} = 0,04 \text{ s} \\ x_{okn} = 10 \text{ s} \\ x = 2500 \end{array} \\
 \text{Dla 1 okresu } T: \\
 \text{I połowa okresu} \quad \text{II połowa okresu} \\
 P = \frac{Q}{t} \quad W = \Delta E = Q \quad Q_1 = I_{sk} I_{sk} \frac{T}{2} = \\
 Q = P t = W = I_{sk} I_{sk} \frac{T}{2} \quad = 3\sqrt{2} \cdot \frac{0,3}{\sqrt{2}} \cdot 0,02 = 0,012 \text{ J} \\
 Q_1 = I_{sk} \cdot I_{sk} \cdot \frac{T}{2} = \\
 = 3\sqrt{2} \cdot \frac{0,3}{\sqrt{2}} \cdot 0,02 = 0,018 \text{ J} \quad Q_2 = I_{sk} \cdot I_{sk} \cdot \frac{T}{2} = \\
 Q = Q_1 + Q_2 = 0,03 \text{ J} \\
 \text{W } 10 \text{ sekundach jest } 2500 \text{ okresów} \\
 \text{całk. ciepło w } 10 \text{ s} \quad Q_c = 2500 \cdot 0,03 \text{ J} = 75 \text{ [J]}
 \end{array}$$

**Omówienie wiązki zadań 10.1. (18%, 0,72), 10.2. (37%, 0,78), 10.4. (27%, 0,26)**

**Zadanie 10.** sprawdzało znajomość podstawowych zagadnień związanych z fizyką jądrową, mechaniką oraz elektrycznością. W tekście wprowadzającym do wiązki zadań została opisana jedna z wersji doświadczenia A. Millikana, w którym wyznacza się ładunek elektryczny elektronu. Zadania 10.1.–10.2 nawiązywały do analizy wyników tego doświadczenia i analizy modelu ruchu naelektryzowanej kropelki, dzięki czemu można wyznaczyć ładunek elektronu na podstawie zasad dynamiki, postaci siły oporu, siły elektrycznej oraz siły grawitacji. Zadania 10.3.–10.4. dotyczyły fizyki jądrowej: rozpadu alfa jąder plutonu  $^{239}\text{Pu}$  (wykorzystywanego do elektryzowania kropelek oleju) oraz zasad zachowania energii w procesach/reakcjach jądrowych łącznie z zastosowaniem równoważności masy i energii spoczynkowej.

**Zadanie 10.1.** uzyskało niski poziom wykonania (18%) oraz bardzo dobrze różnicowało zdających (współczynnik korelacji liniowej Pearsona wynosił 0,72).

W zadaniu opisany był ruch naelektryzowanej kropelki w dwóch przypadkach. W sytuacji, gdy pole elektryczne pomiędzy płytkami było wyłączone, kropelka o masie  $m$  i ładunku  $q$  opadała pionowo ze stałą prędkością o wartości  $v$ . Natomiast w sytuacji, gdy pole elektryczne pomiędzy płytkami było włączone kropelka o masie  $m$  i ładunku  $q$  wznosiła się pionowo ze stałą prędkością o wartości  $2v$ . Poleceniem było wyznaczenie ilorazu  $F_e/F_g$  – wartości siły elektrycznej działającej na wznoszącą się kropelkę i wartości siły grawitacji działającej na tę kropelkę. W celu prawidłowego rozwiązania zadania należało poprawnie określić kierunki i zwroty sił działających na kropelkę w każdej sytuacji, zastosować pierwszą zasadę dynamiki dla tych dwóch przypadków, łącznie z zastosowaniem zależności między siłą oporu a prędkością:

$$F_g = kv \quad F_g + 2kv = F_e \quad \rightarrow \quad \frac{F_e}{F_g} = 3$$

Zasadniczą trudnością zadania było poprawne zapisanie pierwszej zasady dynamiki dla obu przypadków, łącznie z uwzględnieniem zależności siły oporu od prędkości. Najczęściej popełniane przez zdających błędy wiązały się z niepoprawnym zastosowaniem zasad dynamiki albo z niepoprawnym wykorzystaniem związku między siłą oporu a prędkością kropelki.

**Przykład 8 – rozwiązania zdających**

W przedstawionym rozwiązaniu zdający popełnia szereg błędów:

- 1) Zapis w pierwszej ramce jest błędny, ponieważ sugeruje zastosowanie drugiej zasady dynamiki, podczas, gdy za każdym razem kropelka porusza się ruchem jednostajnym prostoliniowym ( $a = 0$ ).
- 2) Zapis w drugiej ramce także jest niepoprawny (ponadto nie wiadomo, do którego przypadku się odnosi). W pierwszym przypadku  $F_e = 0$ , a w drugim przypadku należy uwzględnić siłę oporu powietrza.
- 3) Zapis w trzeciej ramce jest błędny niezależnie od treści zadania – zdający myli ze sobą wielkości fizyczne – energię kinetyczną kropelki z natężeniem pola elektrycznego.

$v_e = 2 \text{ V}$        $m = m$        $q = q$        $\vec{E} = \frac{\vec{F}_e}{q}$

1)  $F_g = \alpha \cdot m = g \cdot m$        $v$  jest stałe  
 ~~$F_g = m \cdot g$~~        $\downarrow$   
 ~~$g = \frac{F}{m}$~~       ~~zakładamy~~

2)  $F_e = F_g$        $\downarrow$   
 $\frac{F_e}{F_g} = 1$

3)  $F_e = \frac{F_e}{k_{e1}} = \frac{1}{2m} v^2 = 2m v^2$   
 $g = 9,81 \text{ m/s}^2$   
 ~~$F_g = 9,81 \cdot m \text{ (N)}$~~   
 $F_e = q \cdot E$        $E_{k_{e2}} = \frac{q}{2m} v^2 = \frac{1}{2m} v^2$

~~Składnik  $\frac{F_e}{F_g}$  wynosi 1~~

### Przykład 9 – rozwiązania zdających

W poniższym rozwiązaniu zdający poprawnie zapisuje pierwszą zasadę dynamiki w obu przypadkach, jednak nie uwzględnia zależności siły oporu od prędkości kropelki i w obu przypadkach zapisuje tę samą wartość siły oporu.

$F_1 = F_g + F_o$        $a = 0 \Rightarrow F_g = F_o$   
 $F_2 = F_e + F_g + F_o$        $a = 0 \Rightarrow F_e - F_g - F_o = 0$   
 $F_e = F_g + F_o = 2F_g$   
 $\frac{F_e}{F_g} = \frac{2F_g}{F_g} = 2$

### Przykład 10 – rozwiązania zdających

Zdający poprawnie zapisuje pierwszą zasadę dynamiki w obu przypadkach, jednak błędnie uwzględnia zależność siły oporu od prędkości kropelki (zamiast proporcjonalności do prędkości zastosował proporcjonalność do kwadratu prędkości).

$F_e = F_g + k F_{op}$   
 $F_g = F_{op}$   
 $F_e = 5 F_g$   
 $\frac{F_e}{F_g} = 5$



**Zadanie 10.2.** (poziom wykonania – 37%, współczynnik korelacji liniowej Pearsona – 0,78) sprawdzało elementarną wiedzę związaną z pojęciem ładunku elektrycznego oraz pola elektrycznego. W zadaniu trzeba było obliczyć, jaką całkowitą wielokrotnością  $n$  ładunku elementarnego  $e$  jest ładunek kropelki, która pozostaje nieruchoma w polu elektrycznym o zadanym natężeniu.

W rozwiązaniu zadania należało wykorzystać fakt, że ładunek elektryczny jest całkowitą wielokrotnością ładunku elementarnego, odczytać z tablic wartość ładunku elementarnego, wykorzystać wzór na siłę elektryczną i przyrównać wartość tej siły do wartości siły grawitacji działającej na kropelkę. Rozwiązanie zadania przedstawia się następująco:

$$mg = neE \quad \rightarrow \quad n = \frac{6,53 \cdot 10^{-14} \cdot 9,81}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 2 \cdot 10^5} = 20$$

Maturzyści, którzy pokonali zasadniczą trudność tego zadania – tzn. otrzymali związek  $mg = neE$  – w dalszej części rozwiązania popełniali błędy rachunkowe, często związane z działaniem na potęgach. Zdarzały się także rozwiązania niepełne, w których zdający obliczali wartość ładunku kropli i na tym poprzestawali. Zdający, którzy podjęli rozwiązanie, ale nie pokonali zasadniczych trudności zadania, najczęściej nie stosowali związku między natężeniem pola a ładunkiem i siłą elektryczną albo nie przyrównywali wartości siły grawitacji i siły elektrycznej.

#### Przykład 11 – rozwiązania zdających

W poniższym przykładzie zdający poprzestaje na obliczeniu ładunku elektrycznego kropelki.

Handwritten student solution for Example 11:

$$mg = E \cdot q$$

$$q = \frac{6,53 \cdot 10^{-14} \cdot 9,81}{2 \cdot 10^5} = 32,03 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

#### Przykład 12 – rozwiązania zdających

W tym przykładzie zdający popełnia błąd rachunkowy przy działaniu na potęgach.

Handwritten student solution for Example 12:

$$E = \frac{F_e}{q} \quad F_e = F_g \quad F_g = mg \quad q = n \cdot e \Rightarrow n = \frac{q}{e}$$

$$F_e = Eq$$

$$Eq = mg$$

$$q = \frac{mg}{E}$$

$$q = \frac{6,53 \cdot 10^{-14} \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{2 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}}} \approx 32,03 \cdot 10^{-9} \text{ C}$$

**Przykład 13 – rozwiązania zdających**

Zapisy w poniższym przykładzie wskazują na złożenie się kilku błędów zdającego. Po pierwsze zdający nie przyrównuje wartości siły elektrycznej do wartości ciężaru kropelki. Po drugie, iloraz, który zdający oblicza, nie jest wielokrotnością ładunku elementarnego, tylko odwrotnością ładunku całkowitego kropelki.

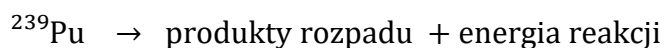
$$F_g = m \cdot g = 6,53 \cdot 10^{-14} \cdot 9,81 \approx 64 \cdot 10^{-14} \text{ N}$$

$$A = \frac{E}{F_g} = \frac{2 \cdot 10^5}{64 \cdot 10^{-14}} = \frac{200 \cdot 10^3}{64 \cdot 10^{-14}} = 3,125 \cdot 10^{17}$$

**Zadanie 10.4.** było zadaniem zamkniętym typu prawda – fałsz, w którym maturzyści mieli ocenić prawdziwość trzech stwierdzeń dotyczących jądra plutonu oraz reakcji rozpadu alfa tego jądra. Poziom wykonania zadania wyniósł tylko 27%.

1.	Masa jądra plutonu $^{239}\text{Pu}$ jest większa od sumy mas produktów reakcji rozpadu (opisanej w informacji do zadań 10.3. i 10.4.).	<input checked="" type="radio"/> P	<input type="radio"/> F
2.	Produkty reakcji rozpadu jądra plutonu $^{239}\text{Pu}$ (opisanej w informacji do zadań 10.3. i 10.4.) uzyskują energię kinetyczną.	<input checked="" type="radio"/> P	<input type="radio"/> F
3.	Masa jądra plutonu $^{239}\text{Pu}$ jest większa od sumy mas oddzielnych nukleonów, które tworzą jądro plutonu $^{239}\text{Pu}$ .	<input type="radio"/> P	<input checked="" type="radio"/> F

Pierwsze dwa zdania sprawdzały, czy zdający potrafią prawidłowo określić bilans energii w reakcji rozpadu jądra plutonu  $^{239}\text{Pu}$  i wykorzystać równoważność masy i energii spoczynkowej. Po pierwsze, zdający powinni wiedzieć, że w reakcji rozpadu alfa wydzielana jest energia:



Ze wzoru Einsteina (równoważność masy i energii spoczynkowej) oraz z zasady zachowania energii wynika dalej relacja pomiędzy masami produktów i substratów reakcji:

$$m_{\text{Pu}}c^2 = m_{\text{produkty}}c^2 + E_{\text{reakcji}} \quad \rightarrow \quad m_{\text{Pu}} > m_{\text{produkty}}$$

Energia reakcji jest w postaci energii kinetycznej produktów. Zatem oba pierwsze zdania są prawdziwe. Ostatnie zdanie sprawdza pośrednio rozumienie pojęcia deficytu masy jądra atomowego w ogóle. Suma mas oddzielnych nukleonów tworzących jądro jest zawsze większa od masy jądra, a zatem trzecie zdanie jest fałszywe.

W tym zadaniu wiele niepoprawnych wskazań pojawiało się w zdaniu pierwszym (10.4.1). To oznacza, że większość maturzystów albo nie potrafiła przeprowadzić poprawnego bilansu energii całkowitej przed i po reakcji jądrowej, albo nie zdawała sobie sprawy, że taki bilans należy przeprowadzić. Błędne określanie relacji między masami produktów i substratów w zadaniach z egzoenergetycznym rozszczepianiem na części jąder atomowych jest powszechne i często wynika z zastosowania nieprzemysłanej analogii do pojęcia deficytu masy jądra atomowego. Rozbicie jądra atomowego na poszczególne nukleony wymaga

dostarczenia energii, zatem suma mas poszczególnych nukleonów jest większa od masy jądra przed rozbięciem. Natomiast jeśli w wyniku reakcji jądrowej wydziela się energia, to znaczy, że masa substratów jest większa od masy produktów.

### Omówienie zadania 5.3. (19%, 0,71)

**Zadanie 5.3.** – którego poziom wykonania wynosi 19% a współczynnik korelacji 0,71 – dotyczyło zjawiska indukcji elektromagnetycznej. We wstępie do wiązki zadań 5.1.–5.3. opisano ruch aluminiowej poprzeczki poruszającej się bez tarcia, ze stałą prędkością  $v$  po miedzianych prętach, znajdujących się w obszarze jednorodnego pola magnetycznego. Pręty były unieruchomione, a do ich końców podłączono – za pomocą przewodów – amperomierz, który w czasie ruchu poprzeczki wskazywał natężenie prądu równe  $I$ . W zadaniu należało wyznaczyć całkowity opór elektryczny  $R$  amperomierza oraz przewodów łączących amperomierz z prętami, pomijając przy tym opór elektryczny obu prętów i poprzeczki. Zadanie zilustrowane było rysunkiem przedstawiającym pręty, prostopadłą do prętów i poruszającą się po nich poprzeczkę, podłączony do prętów amperomierz oraz opornik  $R$  – symbolizujący całkowity opór elektryczny obwodu. Na rysunku zaznaczono również kierunek i zwrot wektora indukcji magnetycznej  $\vec{B}$  pola, w którym znajdowały się pręty. W celu poprawnego obliczenia oporu  $R$  można było zastosować metodę, w której najpierw należało wyznaczyć napięcie  $U$  indukowane na końcach poprzeczki, a następnie, korzystając ze związku pomiędzy napięciem, a oporem oraz natężeniem prądu, wyznaczyć opór  $R$ .

Aby wyznaczyć napięcie indukowane na końcach poprzeczki można było skorzystać z prawa Faradaya, co przedstawiono poniżej:

$$U = \left| \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \right| = \frac{B\Delta S}{\Delta t} = \frac{Bd\Delta x}{\Delta t} = Bdv$$

Inny sposób wyznaczenia napięcia indukowanego na końcach poprzeczki wykorzystuje fakt, że ze względu na ruch elektronów wzdłuż pręta, wewnątrz pręta powstanie pole elektryczne i po bardzo krótkim czasie dojdzie do stanu równowagi, w którym siła Lorentza będzie równoważona przez siłę elektryczną działającą na poruszające się elektrony, co można zapisać w następujący sposób:

$$F_L = F_e \rightarrow qvB = qE \rightarrow vB = E \rightarrow vB = \frac{U}{d} \rightarrow U = Bdv$$

Napięcie, jakie powstaje na końcach poprzeczki, można również wyznaczyć z definicji napięcia:

$$U = \frac{W}{q} = \frac{F_L d}{q} = \frac{qvBd}{q} = Bdv$$

Następnie (niezależnie od sposobu wyznaczenia napięcia), korzystając ze związku pomiędzy napięciem, a oporem oraz natężeniem prądu, należało wyznaczyć  $R$ :

$$R = \frac{U}{I} = \frac{Bdv}{I} = \frac{0,8 \text{ T} \cdot 0,05 \text{ m} \cdot 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2 \text{ A}} = 0,04 \Omega$$

Zasadniczą trudnością zadania 5.3. było poprawne wyprowadzenie wzoru na indukowane napięcie elektryczne pomiędzy końcami poruszającej się poprzeczki.



Zdający, którzy podjęli rozwiązanie, ale nie pokonali zasadniczych trudności zadania, najczęściej doprowadzali rozwiązanie do postaci:

$$U = E \cdot d = \frac{F}{q} \cdot d$$

i nie potrafili powiązać siły  $F$  z siłą Lorentza. Inni maturzyści przyjmowali, że  $F$  to siła elektrodynamiczna działająca na poprzeczkę i podstawiali w jej miejsce wartość siły  $F$  obliczoną w zadaniu 5.2. Zdający, którzy wyznacznali napięcie na końcach poprzeczki za pomocą prawa Faradaya, często popełniali błąd, przyjmując, że  $S$  – przyrost powierzchni we wzorze na strumień pola magnetycznego – to droga, jaką przebywa poruszająca się ze stałą prędkością poprzeczka. Niektórzy maturzyści, którzy pokonali zasadniczą trudność tego zadania – tzn. wyznaczyli napięcie indukowane na końcach poprzeczki – w dalszej części rozwiązania popełniali błędy rachunkowe. Poniżej przykłady rozwiązań zdających zawierające omówione błędy.

#### Przykład 14 – rozwiązania zdających

Zdający przyjmuje, że  $F$  to siła elektrodynamiczna działająca na poruszającą się poprzeczkę i podstawia wartość 0,08 N - obliczoną w zadaniu 5.2.

$R = \frac{U}{I}$   
 $Q = I \Delta t$   
 $U = E \cdot d$   
 $F = \frac{F}{q}$   
 $U = \frac{F \cdot d}{q}$   
 $I = 2A$   
 $R = \frac{0,08 \cdot 0,005}{2} = 0,002 \Omega$

#### Przykład 15 – rozwiązania zdających

Zdający stosuje niepoprawną zależność pomiędzy napięciem a natężeniem pola elektrycznego i dlatego otrzymuje niepoprawny związek pomiędzy napięciem a siłą Lorentza, co w konsekwencji prowadzi do nieprawidłowego wzoru na całkowity opór elektryczny obwodu.

$U = R \cdot I$ ;  $U = \frac{E}{d} = \frac{F}{d \cdot q}$   
 $F_L = B \cdot q \cdot v \Rightarrow \cancel{q} = \frac{F_L}{B \cdot v}$   
 $R \cdot I = \frac{F}{d \cdot q}$   
 $R \cdot I \cdot d \cdot \cancel{q} = \cancel{B} \cdot \cancel{q} \cdot v$   
 $R = \frac{B \cdot v}{I \cdot d}$   
 $R = \frac{0,8 \cdot 2}{2 \cdot 0,05} = 0,8 \cdot 20 = 16 \Omega$

**Przykład 16 – rozwiązania zdających**

Zdający błędnie przyjmuje, że  $S$  (przyrost powierzchni, który jest równy  $S = d\Delta x$ ) we wzorze na strumień pola magnetycznego to droga  $s$  ( $s = v \cdot \Delta t$ ), jaką przebywa poruszająca się ze stałą prędkością  $v$  poprzeczka.

$$\Delta\phi = B \cdot S \quad B = 0,8 \text{ T} \quad \boxed{S = v \cdot \Delta t} \quad v = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\Delta\phi = 1,6 \cdot \Delta t$$

$$\text{SEM indukcji} = - \frac{\Delta\phi}{\Delta t} = \frac{1,6 \Delta t}{\Delta t} = 1,6 \text{ V} \quad \leftarrow \text{różnica potencjałów, to jest napięcie na końcach}$$

$$U = 1,6 \text{ V}$$

$$I = 2 \text{ A}$$

$$R = \frac{1,6}{2} = 0,8 \Omega \quad \underline{R = 0,8 \Omega}$$

**Przykład 17 – rozwiązania zdających**

Zdający popełnia błąd rachunkowy przy obliczeniu oporu i otrzymuje wartość  $0,08 \Omega$  zamiast  $0,04 \Omega$ .

$$B = 0,8 \text{ T} \quad v = 2 \text{ m/s} \quad d = 0,05 \text{ m} \quad I = 2 \text{ A}$$

$$R = ?$$

$$R = \frac{U}{I}$$

$$\mathcal{E} = - \frac{d\phi(t)}{dt(t)}$$

$$\phi = B \cdot S \cdot \cos(\vec{B}, \vec{S}) = B \cdot S$$

$$S(t) = S_{\text{przekrojenia}} + v \cdot t \cdot d$$

$$\phi(t) = B \cdot S_{\text{przekrojenia}} + B \cdot v \cdot t \cdot d$$

$$d\phi(t) = B \cdot v \cdot d$$

$$dt(t) = 1$$

$$\mathcal{E} = \frac{B \cdot v \cdot d}{1} = B \cdot v \cdot d$$

$$R = \frac{B \cdot v \cdot d}{I}$$

$$R = \frac{0,8 [\text{T}] \cdot 2 [\text{m/s}] \cdot 0,05 [\text{m}]}{2 [\text{A}]} =$$

$$= \boxed{0,08} \left[ \frac{\text{T} \cdot \text{m}^2}{\text{A} \cdot \text{s}} \right] =$$

$$= 0,08 \left[ \frac{\text{N} \cdot \text{A} \cdot \text{m}^2}{\text{m} \cdot \text{A}^3 \cdot \text{s}} \right] =$$

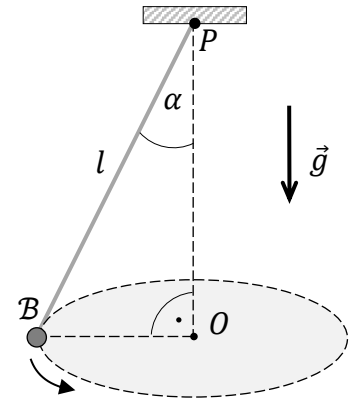
$$= 0,08 \left[ \frac{\text{m}^2 \cdot \text{kg}}{\text{A}^2 \cdot \text{s}^3} \right] =$$

$$= 0,08 [\Omega]$$

Calkowity opór elektryczny drzewa wynosi  $0,08 \Omega$

### Omówienie zadania 2.3. (20%, 0,73)

**Zadanie 2.3.** również należało do trudnych (poziom wykonania – 20%) i bardzo dobrze różnicowało zdających (współczynnik korelacji liniowej Pearsona wynosił 0,73). Zadanie to wchodziło w skład wiązki zadań 2.1.–2.3. dotyczących zagadnień związanych z ruchem jednostajnym po okręgu zawieszono na nici ciała  $B$  (zobacz rysunek obok). W zadaniu należało wyprowadzić wzór pozwalający wyznaczyć okres  $T$  obiegu po okręgu ciała  $B$  w zależności od: długości nici  $l$ , przyspieszenia ziemskiego  $g$  oraz kąta  $\alpha$ , o jaki odchylona była nić od kierunku pionowego, gdy ciało  $B$  poruszało się po okręgu o środku  $O$  ze stałą wartością prędkości.



Prawidłowe rozwiązanie zadania wymagało zapisania relacji identyfikującej siłę wypadkową działającą na ciało  $B$  jako siłę dośrodkową z uwzględnieniem prawidłowego związku między siłą wypadkową i siłą grawitacji. Dalsze rozwiązanie zadania wymagało zastosowania wzoru na siłę dośrodkową oraz związków między prędkością kątową a okresem oraz wykorzystania relacji trygonometrycznej między promieniem okręgu  $r$  a długością nici  $l$ . Poniżej przykład zwięzłego rozwiązania:

$$\left( \vec{F}_{do} = \vec{F}_w \text{ oraz } \frac{F_w}{F_g} = \operatorname{tg} \alpha \right) \rightarrow m\omega^2 r = mg \cdot \operatorname{tg} \alpha \rightarrow \omega^2 r = g \cdot \operatorname{tg} \alpha$$

Gdy w powyższych równaniach uwzględnimy:  $\omega = \frac{2\pi}{T}$  oraz  $r = l \cdot \sin \alpha$ , to otrzymujemy:

$$\left( \frac{2\pi}{T} \right)^2 \cdot l \cdot \sin \alpha = g \cdot \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{l \cos \alpha}{g}}$$

Zasadniczą trudnością zadania było zauważenie, że siła  $\vec{F}_w$ , będąca wypadkową sił grawitacji  $\vec{F}_g$  i napięcia nici  $\vec{F}_n$ , pełni rolę siły dośrodkowej (w ruchu ciała  $B$  po okręgu), oraz ustalenie zależności pomiędzy  $\vec{F}_w$  oraz  $\vec{F}_g$ . Najczęściej popełnianym błędem była niepoprawna identyfikacja siły wypadkowej, np. jako siły grawitacji albo siły napięcia nici.

### Przykład 18 – rozwiązania zdających

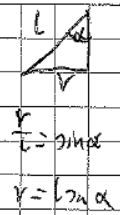
Zdający zakłada, że rolę siły dośrodkowej pełni siła grawitacji.

$\frac{v}{T} = \omega$   
 $r = l \cdot \sin \alpha$   
 $v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi l \sin \alpha}{T}$   
 $m \cdot g = \frac{m v^2}{r}$   
 $g = \frac{4\pi^2 l^2 \sin^2 \alpha}{T^2 r}$   
 $g = \frac{4\pi^2 l^2 \sin^2 \alpha}{T^2 \cdot l \sin \alpha} = \frac{4\pi^2 l \sin \alpha}{T^2}$   
 $T = \sqrt{\frac{4\pi^2 l \sin \alpha}{g}}$

**Przykład 19 – rozwiązania zdających**

Zdający zakłada, że rolę siły dośrodkowej pełni siła napięcia nici.

$l, g, \alpha$



$r = l \sin \alpha$   
 $h = l \cos \alpha$

$T^2 = \frac{4\pi^2 l \cos \alpha}{g \cos \alpha}$

$F_d = F_n$

$\frac{mv^2}{r} = mg \cos \alpha \quad | \cdot m$

$v^2 = r g \cos \alpha$

$\omega^2 \cdot r^2 = r g \cos \alpha \quad | : r$

$\omega^2 r = g \cos \alpha$

$\frac{4\pi^2}{T^2} \cdot l \sin \alpha = g \cos \alpha \quad | \cdot T^2$

$4\pi^2 l \sin \alpha = T^2 g \cos \alpha$

$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 l \sin \alpha}{g \cos \alpha}}$

Zdający, którzy poprawnie identyfikowali siłę wypadkową jako siłę dośrodkową, często popełniali błędy w określeniu relacji trygonometrycznych pomiędzy siłami  $\vec{F}_w$  a  $\vec{F}_g$ .

**Przykład 20 – rozwiązania zdających**

W przedstawionym rozwiązaniu zdający:

- poprawnie identyfikuje siłę wypadkową jako siłę dośrodkową – zapis w pierwszej ramce
- poprawnie określa zależność pomiędzy siłą wypadkową a siłą napięcia nici – zapis w drugiej ramce
- błędnie określa zależność trygonometryczną pomiędzy siłą napięcia nici a siłą grawitacji.

~~1)  $F_w = F_{\text{dośr}}$~~  1)  $F_w = F_{\text{dośr}}$

3)  $F_n = mg \cos \alpha$

2)  $F_w = F_n \sin \alpha = mg \sin \alpha \cos \alpha = \frac{mv^2}{r}$

$g \sin \alpha \cos \alpha = \frac{v^2}{r}$

$r = \frac{v^2}{g \sin \alpha \cos \alpha}$

$r = l \sin \alpha$

$g \sin \alpha \cos \alpha = \frac{v^2}{l \sin \alpha} \Rightarrow v^2 = g l \sin^2 \alpha \cos \alpha$

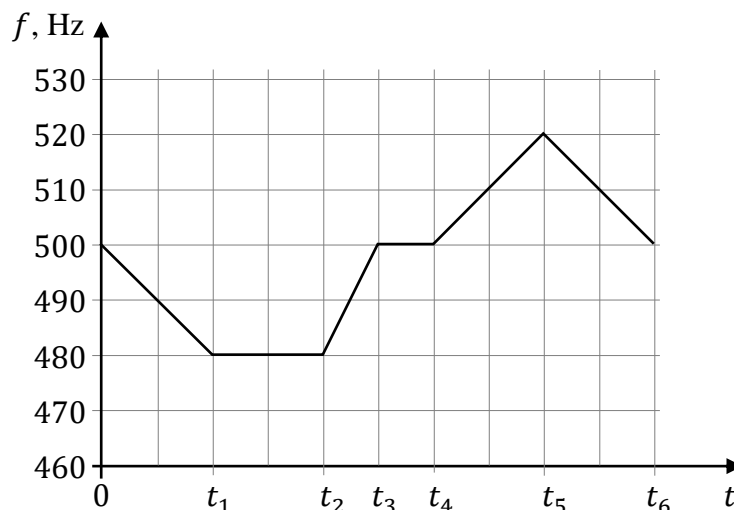
$v = \sqrt{g l \sin^2 \alpha \cos \alpha} = \sin \alpha \sqrt{g l \cos \alpha}$

$T = \frac{2\pi \cdot l \sin \alpha}{\sin \alpha \sqrt{g l \cos \alpha}} =$

$= \frac{2\pi l}{\sqrt{g l \cos \alpha}}$

**Omówienie wiązki zadań 3.1. (35%, 0,63), 3.2. (23%, 0,74)**

Wiązka zadań 3.1. oraz 3.2. dotyczyła zjawiska Dopplera. W treści zadania 3. podany był wykres przedstawiający zależność częstotliwości dźwięku – rejestrowanego przez nieruchomy mikrofon, a pochodzącego od poruszającego się głośnika – od czasu (zobacz rysunek poniżej).



**Zadanie 3.1.** sprawdzało umiejętność jakościowej analizy przedstawionego wykresu na podstawie zjawiska Dopplera. W rozwiązaniu zadania trzeba było uzupełnić tabelę wyrażeniami, które prawidłowo określają ruch i prędkość głośnika względem mikrofonu, gdy głośnik wysyłał sygnał rejestrowany w danym przedziale czasu. Zadanie uzyskało poziom wykonania 35% (czyli poniżej średniej) i dobrze różnicowało populację zdających (współczynnik korelacji liniowej Pearsona 0,63).

W celu poprawnego rozwiązania zadania wystarczyło w sposób jakościowy przeanalizować wykres na podstawie efektu Dopplera. W przedziale czasu  $0 < t < t_1$  częstotliwość rejestrowana przez mikrofon jest mniejsza od częstotliwości głośnika i maleje. Fakt, że rejestrowana częstotliwość jest mniejsza od częstotliwości źródła, oznacza, że źródło (głośnik) się oddala od mikrofonu, natomiast fakt, że częstotliwość dodatkowo maleje, oznacza, że jego prędkość rośnie. W przedziale czasu  $t_1 < t < t_2$  częstotliwość rejestrowana przez mikrofon jest wciąż mniejsza od częstotliwości źródła (głośnika) oraz jest stała. To oznacza, że źródło (głośnik) oddala się ze stałą wartością prędkości. W przedziale czasu  $t_2 < t < t_3$  częstotliwość rejestrowana przez mikrofon jest wciąż mniejsza od częstotliwości głośnika oraz wzrasta (do częstotliwości głośnika). To oznacza, że głośnik oddala się od mikrofonu, a jego prędkość maleje. W przedziale czasu  $t_3 < t < t_4$  częstotliwość rejestrowana przez mikrofon jest równa częstotliwości głośnika. Czyli źródło pozostaje nieruchome. W przedziale czasu  $t_4 < t < t_5$  częstotliwość rejestrowana przez mikrofon jest większa od częstotliwości głośnika i rośnie. To oznacza, że głośnik zbliża się do mikrofonu, a jego prędkość rośnie. W przedziale czasu  $t_5 < t < t_6$  częstotliwość rejestrowana przez mikrofon jest większa od częstotliwości głośnika oraz maleje – zatem głośnik zbliża się do mikrofonu coraz wolniej.

Duża część niepoprawnych odpowiedzi pojawiała przy określeniu ruchu w pierwszym i trzecim przedziale czasu. Zdający, którzy poprawnie zidentyfikowali, że źródło oddala się od mikrofonu, często dalej błędnie identyfikowali, jak zmienia się wartość prędkości głośnika. W przedziale czasu  $0 < t < t_1$ , w którym częstotliwość malała, błędnie oznaczano, że także prędkość malała, a w przedziale czasu  $t_2 < t < t_3$ , w którym częstotliwość rosła, błędnie oznaczano, że także prędkość rosła. Zatem błędnie utożsamiano (w przypadku oddalania się głośnika) sposób zmiany częstotliwości ze sposobem zmiany prędkości.

**Zadanie 3.2.** uzyskało poziom wykonania 23% i wysoki współczynnik korelacji 0,74. W tym zadaniu należało obliczyć stosunek największej wartości prędkości głośnika, gdy oddalał się on od mikrofonu do największej wartości prędkości głośnika, gdy zbliżał się do mikrofonu. Prawidłowe rozwiązanie zadania wymagało zastosowania wzorów Dopplera dla przypadku, gdy źródło dźwięku się oddala, i dla przypadku, gdy źródło dźwięku się zbliża do mikrofonu. Do tego potrzebna była poprawna identyfikacja częstotliwości rejestrowanych przez mikrofon dla maksymalnych prędkości podczas oddalania się i podczas zbliżania się głośnika do mikrofonu. Dalsze rozwiązanie zadania wymagało wykonania przekształceń algebraicznych oraz obliczeń. Poniżej przykład zwięzłego rozwiązania:

$$\begin{cases} f_{zb} = f_0 \cdot \frac{v_d}{v_d - v_{zb}} \\ f_{od} = f_0 \cdot \frac{v_d}{v_d + v_{od}} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} v_{zb} = \frac{f_{zb} - f_0}{f_{zb}} \cdot v_d \\ v_{od} = \frac{f_0 - f_{od}}{f_{od}} \cdot v_d \end{cases} \rightarrow \frac{v_{od}}{v_{zb}} = \frac{f_0 - f_{od}}{f_{od}} \cdot \frac{f_{zb}}{f_{zb} - f_0}$$

$$\frac{v_{od}}{v_{zb}} = \frac{500 - 480}{480} \cdot \frac{520}{520 - 500} = \frac{20}{480} \cdot \frac{520}{20} = \frac{520}{480} \approx 1,08$$

Największe trudności w rozwiązaniu zadania sprawiło zdającym prawidłowe wykorzystanie wzorów Dopplera, w tym: uwzględnienie największej i najmniejszej częstotliwości rejestrowanej przez mikrofon odpowiednio we wzorach na częstotliwość rejestrowaną przy zbliżaniu i oddalaniu, zidentyfikowanie wartości tych częstotliwości z wykresu oraz zidentyfikowanie częstotliwości, z jaką głośnik emituje dźwięk, czyli:

$$f_{zb} = 520 \text{ Hz} \quad \text{oraz} \quad f_{od} = 480 \text{ Hz} \quad \text{oraz} \quad f_0 = 500 \text{ Hz}$$

Kolejną, ostatnią trudnością w otrzymaniu prawidłowego wyniku były przekształcenia, obliczenia i zapisanie wyniku z odpowiednim zaokrągleniem.



**Przykład 21 – rozwiązania zdających**

W przedstawionym przykładzie zdający poprawnie wyprowadził wzór na stosunek prędkości maksymalnych (podczas oddalania się i zbliżania głośnika do mikrofonu), poprawnie zidentyfikował częstotliwości rejestrowane przez mikrofon, jednak błędnie ustalił częstotliwość, z jaką głośnik emituje dźwięk (pomylił ją z wartością prędkości dźwięku).

$$f_{\text{MAX}} = f_0 \frac{v_{\text{obs}}}{v_{\text{obs}} - v_{\text{zb}}}$$

$$f_{\text{MIN}} = f_0 \frac{v_{\text{obs}}}{v_{\text{obs}} + v_{\text{od}}}$$

$$f_{\text{MIN}} v_{\text{obs}} + f_{\text{MAX}} v_{\text{od}} = f_0 v_{\text{obs}}$$

$$v_{\text{od}} = \frac{v_{\text{obs}} (f_0 - f_{\text{MIN}})}{f_{\text{MIN}}}$$

$$\frac{v_{\text{od}}}{v_{\text{zb}}} = \frac{v_{\text{obs}} (f_0 - f_{\text{MIN}})}{f_{\text{MIN}} \cdot v_{\text{obs}} (f_{\text{MAX}} - f_0)} = \frac{f_{\text{MAX}}}{480(520 - 340)} = \frac{71800}{36400} \approx 0,84$$

**Przykład 22 – rozwiązania zdających**

W poniższym rozwiązaniu zdający błędnie używa wzorów Dopplera – zamienił miejscami częstotliwość rejestrowaną przez mikrofon z częstotliwością, z jaką głośnik emituje dźwięk. Niezależnie od tego błędu zdający błędnie wiąże częstotliwość maksymalną z oddalaniem się źródła dźwięku, a częstotliwość najmniejszą z przybliżaniem się źródła dźwięku (powinno być odwrotnie).

~~$f_1$  dla  $v_{\text{od}}$  wynosi  $520 \text{ Hz}$~~   
 ~~$f_2$  dla  $v_{\text{zb}}$  wynosi  $480 \text{ Hz}$~~

$$f = f_1 \cdot \frac{v_{\text{od}}}{v_{\text{od}} + v_{\text{zb}}}$$

$$f = f_2 \cdot \frac{v_{\text{od}}}{v_{\text{od}} + v_{\text{od}}}$$

$$f = f_2 \cdot \frac{v_{\text{od}}}{v_{\text{od}} - v_{\text{zb}}}$$
 ~~$f_2 (v_{\text{od}} + 28 \frac{1}{3} - \frac{13}{12} v_{\text{zb}}) = f_1 (v_{\text{od}} - v_{\text{zb}})$~~   
 ~~$480 (320 + 28 \frac{1}{3} - \frac{13}{12} v_{\text{zb}}) = 520 (v_{\text{od}} - v_{\text{zb}})$~~ 

$$f_1 \cdot \frac{v_{\text{od}}}{v_{\text{od}} + v_{\text{od}}} = f_2 \cdot \frac{v_{\text{od}}}{v_{\text{od}} - v_{\text{zb}}}$$

$$(v_{\text{od}} + v_{\text{od}})(f_2 \cdot v_{\text{od}}) = (v_{\text{od}} - v_{\text{zb}})(f_1 \cdot v_{\text{od}})$$

$$v_{\text{od}} \cdot f_2 + v_{\text{od}} \cdot f_2 = v_{\text{od}} \cdot f_1 - v_{\text{zb}} \cdot f_1$$

$$340 \cdot 480 + v_{\text{od}} \cdot 480 = 340 \cdot 520 - v_{\text{zb}} \cdot 520$$

$$163200 + 480 v_{\text{od}} = 176800 - 520 v_{\text{zb}}$$

$$480 v_{\text{od}} = 13600 - 520 v_{\text{zb}}$$

$$v_{\text{od}} = 28 \frac{1}{3} - \frac{13}{12} v_{\text{zb}}$$

$$f (v_{\text{od}} + v_{\text{od}}) = f_1 \cdot v_{\text{od}} \quad 500(340 + v_{\text{od}}) = 520 \cdot 340$$
 ~~$f (v_{\text{od}} + 28 \frac{1}{3} - \frac{13}{12} v_{\text{zb}}) = f_1 \cdot v_{\text{od}}$~~   
 ~~$f (v_{\text{od}} + v_{\text{zb}}) = f_2 \cdot v_{\text{od}}$~~ 

$$v_{\text{od}} = 13,6 \text{ m/s}$$

$$v_{\text{zb}} = 13,6 \text{ m/s}$$

**Omówienie zadania 7.4. (31%, 0,60)**

**Zadanie 7.4.** to kolejne zadanie, które okazało się trudne dla zdających (poziom wykonania 31%). Zadanie to stanowiło część wiązki zadań 7.1.–7.5. dotyczących termodynamiki. W treści zadania 7. podany był wykres zależności ciśnienia od temperatury ustalonej masy gazu doskonałego, podczas przemiany izochorycznej tego gazu, ze stanu początkowego A do stanu końcowego B. W zadaniu 7.4. należało obliczyć wartość siły parcia, z jaką azot znajdujący się w stanie A działa na  $1 \text{ cm}^2$  płaskiej ściany zbiornika, w którym się znajduje. W tym celu trzeba było skorzystać ze związku między siłą parcia a ciśnieniem i polem powierzchni, następnie podstawić do tego związku pole powierzchni ścianki, na którą działa gaz oraz ciśnienie gazu w stanie A – odczytane z wykresu  $p(T)$ . Zasadniczą trudnością tego zadania – poza zastosowaniem związku między siłą parcia a ciśnieniem i polem powierzchni – było przeliczanie wielokrotności i podwielokrotności oraz wykonywanie działań na potęgach. Przykładowe obliczenie przedstawiono poniżej:

$$p = \frac{F_p}{S} \rightarrow F_p = p \cdot S = 0,4 \cdot 10^6 \text{ Pa} \cdot 1 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 = 0,4 \cdot 10^2 = 40 \text{ N}$$

Najczęściej popełniane przez zdających błędy to:

- nieprawidłowe przekształcenie wzoru na ciśnienie
- nieprawidłowe przeliczanie wielokrotności oraz podwielokrotności
- błędy rachunkowe związane z wykonywaniem działań na potęgach.

Poniżej przykłady rozwiązań zdających zawierające omówione błędy.

**Przykład 23 – rozwiązania zdających**

Zdający nieprawidłowo przekształcił wzór na ciśnienie i obliczył wartość siły parcia jako:

$$F_p = \frac{S}{p} = \frac{1 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2}{0,4 \cdot 10^6 \text{ Pa}} = \frac{1}{40} = 0,025 \text{ N}$$

Siła parcia, z jaką azot znajdujący się w stanie początkowym A działa na  $1 \text{ cm}^2$  płaskiej ścianki zbiornika, ma wartość 0,025 N.

**Przykład 24 – rozwiązania zdających**

Siła parcia, z jaką azot znajdujący się w stanie początkowym A działa na  $1 \text{ cm}^2$  płaskiej ścianki zbiornika, ma wartość  $4 \cdot 10^9$  N.

**Przykład 25 – rozwiązania zdających**

Siła parcia, z jaką azot znajdujący się w stanie początkowym A działa na  $1 \text{ cm}^2$  płaskiej ścianki zbiornika, ma wartość 04 N.



**Omówienie zadania 1.1. (35%, 0,75)**

**Zadanie 1.1.** to zadanie z mechaniki, które uzyskało poziom wykonania 35% i bardzo dobrze różnicowało zdających (współczynnik korelacji liniowej Pearsona wynosił 0,75). Wiązka zadań 1.1.–1.2. dotyczyła zagadnień związanych z rzutem poziomym. We wstępie do wiązki opisano sposób, w jaki rzucono poziomo dwie jednakowe kulki K1 i K2. Kulkę K1 znajdującą się na wysokości  $h_1$  rzucono z poziomą, początkową prędkością  $\vec{v}_{01}$ , a kulkę K2 z wysokości  $h_2$  rzucono z poziomą prędkością początkową  $\vec{v}_{02}$ . Zasięgi rzutów obu kulek były jednakowe. W zadaniu 1.1. należało obliczyć iloraz wartości prędkości początkowych kulek K1 do K2, a wynik liczbowy podać zaokrąglony do dwóch cyfr znaczących.

Jednym z możliwych sposobów rozwiązania zadania 1.1. było przyrównanie zasięgów rzutów obu kulek, a następnie obliczenie czasów trwania obu ruchów. W etapie końcowym rozwiązania zadania należało obliczyć iloraz  $\frac{v_{01}}{v_{02}}$  i podać wynik liczbowy zaokrąglony do dwóch cyfr znaczących. Przykładowe prawidłowe rozwiązanie przedstawiono poniżej:

$$z_1 = z_2 \quad \rightarrow \quad v_{01}t_1 = v_{02}t_2$$

gdzie

$$t_1 = \sqrt{\frac{2h_1}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 5}{9,8}} \text{ s} \approx 1,01 \text{ s} \quad \text{oraz} \quad t_2 = \sqrt{\frac{2h_2}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2}{9,8}} \text{ s} \approx 0,64 \text{ s}$$

ostatecznie

$$\frac{v_{01}}{v_{02}} = \frac{t_2}{t_1} \approx \frac{0,64}{1,01} \approx 0,63$$

Inny sposób rozwiązania bazuje na wzorze na zasięg w rzucie poziomym – z poziomą składową prędkości  $v_x$  oraz z pionową składową prędkości końcowej  $v_{ky}$ :

$$z = \frac{v_x \cdot v_{ky}}{g}$$

Po przyrównaniu zasięgów rzutów obu kulek i zastosowaniu powyższego wzoru, można wyznaczyć iloraz  $\frac{v_{01}}{v_{02}}$  jako iloraz pionowych składowych prędkości końcowych:

$$z_1 = z_2 \quad \rightarrow \quad v_{01} \cdot v_{k1y} = v_{02} \cdot v_{k2y} \quad \rightarrow \quad \frac{v_{01}}{v_{02}} = \frac{v_{k2y}}{v_{k1y}}$$

Następnie stosując zasadę zachowania energii ograniczoną do składowej pionowej ruchu kulki, można obliczyć pionowe składowe prędkości końcowych:

$$v_{k1y} = \sqrt{2gh_1} \quad v_{k2y} = \sqrt{2gh_2}$$

Ostatecznie:

$$\frac{v_{01}}{v_{02}} = \frac{v_{k2y}}{v_{k1y}} = \sqrt{\frac{h_2}{h_1}} \approx 0,63$$

Bardzo częstym błędem, jaki popełniali zdający, było podawanie wyniku niezgodnie z poleceniem, tzn. zdający zapisywali wynik albo ze zbyt dużą liczbą cyfr znaczących (np. 0,632 – trzy cyfry znaczące), albo ze zbyt małą liczbą cyfr znaczących (np. 0,6 – jedna cyfra znacząca), bądź pozostawiali wynik zapisany za pomocą pierwiastka kwadratowego. Poniżej przykłady rozwiązań zdających z najczęściej pojawiającymi się błędami.

**Przykład 26 – rozwiązania zdających**

Zdający nie podaje wyniku w postaci rozwinięcia dziesiętnego liczby i z określonym w poleceniu zaokrągleniem.

Handwritten student solution for Example 26:

$$v_{01} = \frac{d}{t_1}$$

$$v_{02} = \frac{d}{t_2}$$

$$\frac{v_{01}}{v_{02}} = \frac{\frac{d}{t_1}}{\frac{d}{t_2}} = \frac{t_2}{t_1}$$

$$\frac{v_{01}}{v_{02}} = \frac{t_2}{t_1}$$

$$\frac{v_{01}}{v_{02}} = \frac{\sqrt{\frac{2d}{g}}}{\sqrt{\frac{2d}{g \cdot 10}}} = \sqrt{\frac{g}{g \cdot 10}} = \sqrt{\frac{1}{10}} = \frac{1}{\sqrt{10}}$$

$$\frac{v_{01}}{v_{02}} = 2\sqrt{\frac{1}{10}}$$

Additional calculations on the right side of the page:

$$s = \frac{gt^2}{2} \quad a = g$$

$$h_1 = s_1 = 5 = \frac{gt_1^2}{2} \Rightarrow \sqrt{\frac{10}{g}} = t_1$$

$$h_2 = s_2 = 2 = \frac{gt_2^2}{2} \Rightarrow \sqrt{\frac{4}{g}} = t_2$$

**Przykład 27 – rozwiązania zdających**

Zdający podaje wynik niezgodnie z poleceniem do zadania, czyli ze zbyt małą liczbą cyfr znaczących.

Handwritten student solution for Example 27:

$$\begin{cases} x_1(t) = N_{01} \cdot t \\ y_1(t) = 5m - \frac{gt^2}{2} \end{cases} \Rightarrow y_1(x_1) = 5m - \frac{gx_1^2}{2N_{01}^2}$$

$$\begin{cases} x_2(t) = N_{02} \cdot t \\ y_2(t) = 2m - \frac{gt^2}{2} \end{cases} \Rightarrow y_2(x_2) = 2m - \frac{gx_2^2}{2N_{02}^2}$$

$$y_1(x_1) = 0 \Leftrightarrow x_1 = d$$

$$y_2(x_2) = 0 \Leftrightarrow x_2 = d$$

$$5m = \frac{gd^2}{2N_{01}^2} \Rightarrow N_{01}^2 = \frac{gd^2}{2 \cdot 5m}$$

$$2m = \frac{gd^2}{2N_{02}^2} \Rightarrow N_{02}^2 = \frac{gd^2}{2 \cdot 2m}$$

$$\frac{N_{01}}{N_{02}} = \frac{\sqrt{\frac{gd^2}{2 \cdot 5m}}}{\sqrt{\frac{gd^2}{2 \cdot 2m}}} = \sqrt{\frac{2m}{5m}} = \sqrt{\frac{2}{5}}$$

$$\frac{N_{01}}{N_{02}} \approx 0,63 \approx 0,6$$

odp.: Wskaz  $\frac{N_{01}}{N_{02}}$  wynosi 0,6

Inną grupą błędów było stosowanie zasady zachowania energii ograniczonej do składowej pionowej ruchu kulki – zasadne do obliczenia właśnie pionowych składowych prędkości końcowych każdej z kulek – i błędne utożsamianie obliczonych prędkości z poziomymi składowymi prędkości kulek.

**Przykład 28 – rozwiązania zdających**

Zdający stosuje niepoprawną metodę rozwiązania zadania. Wykorzystuje zasadę zachowania energii ograniczoną do składowej pionowej ruchu kulki i wyznacza pionowe składowe prędkości końcowych każdej z kulek. Zdający popełnia błąd merytoryczny, gdy traktuje obliczone prędkości jako poziome składowe prędkości kulek.

Handwritten student solution on grid paper. The student starts with energy conservation:  $mgh = \frac{mv^2}{2}$  and  $\sqrt{2gh} = v$ . Then they calculate vertical velocity components:  $v_{01} = \sqrt{2gh_1}$  and  $v_{02} = \sqrt{2gh_2}$ . These are boxed in red. The student then incorrectly equates these to horizontal velocities:  $\sqrt{2gh_1} = \sqrt{\frac{2gh_1}{2}} = \sqrt{h_1} = \sqrt{\frac{5}{2}} = 1,6$ .

**Omówienie zadania 4.3. (37%, 0,80)**

**Zadanie 4.3.** należące do wiązki zadań 4.1.–4.3. dotyczyło grawitacji i uzyskało poziom wykonania 37% oraz bardzo wysoki współczynnik korelacji Pearsona równy 0,8 (co oznacza, że zadanie bardzo dobrze różnicowało populację zdających). We wstępie do wiązki zadań podana była informacja o ruchu dwóch satelitów S1 i S2 krążących wokół Ziemi po orbitach kołowych jedynie pod wpływem siły grawitacji Ziemi. W zadaniu 4.3. należało obliczyć okres obiegu satelity S1 dookoła Ziemi, gdy podany był promień orbity kołowej oraz masa Ziemi.

Jednym z możliwych sposobów rozwiązania zadania było wykorzystanie faktu, że ruch satelity odbywa się jedynie pod wpływem siły grawitacji, która pełni w tym ruchu rolę siły dośrodkowej. Następnie po uwzględnieniu w wyrażeniu na siłę dośrodkową wzoru (kinematycznego) na prędkość w ruchu jednostajnym po okręgu, i wykonaniu kilku przekształceń można było wyprowadzić wzór na okres obiegu satelity dookoła Ziemi. Poniżej podano skrócone, przykładowe rozwiązanie (wyznaczenie okresu  $T$  w funkcji  $r$  i  $M$  oraz obliczenie okresu):

$$ma_{do} = F_g \rightarrow m \frac{v^2}{r} = \frac{GmM}{r^2}$$

$$m \frac{\left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2}{r} = \frac{GmM}{r^2} \rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{GM}}$$

Okres obiegu satelity obliczamy po podstawieniu danych do wyprowadzonego wzoru:

$$T = 2 \cdot 3,142 \sqrt{\frac{(6,77 \cdot 10^6 \text{ m})^3}{6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2} \cdot 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}}} \approx 5,55 \cdot 10^3 \text{ s}$$

W drugim sposobie rozwiązania zadania wykorzystywało się gotowy wzór na prędkość orbitalną, a także kinematyczny wzór na prędkość w ruchu jednostajnym po okręgu.

Największą trudnością dla zdających było w tym zadaniu zidentyfikowanie siły grawitacji jako siły dośrodkowej, prawidłowe przekształcenie wzorów, poprawny zapis wielkości fizycznych za pomocą notacji wykładniczej i prawidłowe wykonanie działań na potęgach.

**Przykład 29 – rozwiązania zdających**

Zdający niepoprawnie zapisuje promień satelity w notacji wykładniczej – powinno być  $6,77 \cdot 10^6$  m jest  $6,77 \cdot 10^4$  m.

$$F_d = F_g$$

$$v = \frac{2\pi r}{T} \cdot r \quad \frac{mv^2}{r} = G \frac{M \cdot m}{r^2}$$

$$\frac{4\pi^2 r^2}{r T^2} = \frac{GM}{r^2}$$

$$\cancel{r} \cdot T^2 \cdot G \cdot M = 4\pi^2 \cdot r^3$$

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 \cdot r^3}{GM}}$$

$$T = \sqrt{\frac{4 \cdot 3,14^2 \cdot (6,77 \cdot 10^4)^3}{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,97 \cdot 10^{24}}}$$

$$T = \sqrt{\frac{10237,8 \cdot 10^{12}}{39,8 \cdot 10^{13}}}$$

$$T = \sqrt{6,7 \cdot 10^8} = 2,6 \cdot 0,00032 = 6,4 \cdot 10^{-5} \text{ s}$$

$$T = \sqrt{3075 \cdot 10^{-1}} = 17,5 \cdot 0,32 = 5,6 \text{ s}$$

**Przykład 30 – rozwiązania zdających**

Zdający popełnia błąd przy przekształceniu wzoru. W wyrażeniu  $2\pi \sqrt{r_1^2 \cdot \frac{r_1}{GM_2}}$  zamiast pomnożyć  $r_1^2$  przez  $r_1$  skracają je.

$$F_d = F_g$$

$$\frac{mv^2}{r_1} = G \frac{M_2}{r_1^2}$$

$$v = \sqrt{\frac{GM_2}{r_1}}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

$$v = \omega r_1$$

$$\omega = \frac{v}{r_1}$$

$$T = \frac{2\pi}{\frac{v}{r_1}} = 2\pi \frac{r_1}{v} =$$

$$= 2\pi \sqrt{\frac{r_1}{GM_2}}$$

$$= 2\pi \sqrt{\frac{r_1^2}{GM_2}} = 2\pi \sqrt{r_1^2 \cdot \frac{r_1}{GM_2}} = 2\pi \sqrt{\frac{r_1}{GM_2}}$$

$$= 2 \cdot 3,14 \cdot \sqrt{\frac{677 \cdot 10^3}{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24}}}$$

$$\approx 81,82 \cdot 10^{-5} \text{ [s]}$$

**Przykład 31 – rozwiązania zdających**

Zdający popełnia błąd rzeczowy dyskwalifikujący rozwiązanie – błędnie stosuje III prawo Keplera. Użycie III prawa Keplera w tym przypadku wymagałoby podstawienia do wzoru

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{r_1^3}{r_2^3}$$

okresów i promieni orbitalnych ciał okrążających wspólne centrum grawitacyjne – tutaj Ziemię (np. satelity S1 i wyidealizowanego satelity poruszającego się z pierwszą prędkością kosmiczną tuż nad powierzchnią Ziemi). Tymczasem zdający bezzasadnie stosuje do obliczeń okres ruchu obrotowego Ziemi dookoła jej osi.

III prawo Keplera:

$$\frac{T_1^2}{r_1^3} = \frac{T_2^2}{r_2^3}$$

$$T_1^2 = \frac{r_1^3}{r_2^3} T_2^2 \quad T_1 = \sqrt{\frac{r_1^3}{r_2^3}} T_2 = T_2 \sqrt{\frac{r_1^3}{r_2^3}}$$

$$T_1 = (24h) \left( \frac{(6770 \text{ km})^3}{(6370 \text{ km})^3} \right) =$$

$$= 24h \sqrt{\frac{(677 \cdot 10 \text{ km})^3}{(637 \cdot 10 \text{ km})^3}} =$$

$$= 24h \sqrt{\frac{677^3}{637^3}} =$$

$$= 24h \frac{677}{637} \sqrt{\frac{677}{637}} \approx 26,220h \quad (24 \cdot 3600s) \left( \frac{677}{637} \sqrt{\frac{677}{637}} \right) \approx$$

$$\approx 94665s \approx 26,3h$$



**Zadania, z którymi zdający poradzili sobie najlepiej**

W dalszej części przeanalizujemy te zadania, które okazały się dla zdających najłatwiejsze. Przyjmiemy do analizy, że są to zadania, których poziom wykonania jest wyższy bądź równy 55%. Licząc kolejno od najłatwiejszego, są to zadania:

1. Zadanie 4.1. (70%, 0,49)
2. Zadanie 2.2. (63%, 0,21)
3. Zadanie 10.3. (62%, 0,64)
4. Zadanie 9.1. (57%, 0,46)
5. Zadanie 8.1. (55%, 0,70)
6. Zadanie 7.2. (55%, 0,53)

Najłatwiejszym zadaniem dla zdających okazało się **zadanie 4.1**. Zadanie to należało do wiązki zadań 4.1.–4.3. dotyczących ruchu po orbicie kołowej w polu grawitacyjnym ([zobacz tutaj opis wiązki](#)). W zadaniu 4.1. należało ocenić prawdziwość poniższych zdań.

1.	Odległość pomiędzy satelitami S1 i S2 podczas ich ruchu pozostaje stała.	P	<input checked="" type="radio"/> F
2.	Prędkość orbitalna satelity S1 zależy od jego masy.	P	<input checked="" type="radio"/> F
3.	Siła grawitacji działająca na satelitę S2 (w układzie inercjalnym) jest siłą dośrodkową.	<input checked="" type="radio"/> P	F
4.	Siła grawitacji działająca na satelitę S2 ma mniejszą wartość od siły grawitacji działającej na satelitę S1.	<input checked="" type="radio"/> P	F

Zadanie miało jakościowy charakter, tzn. nie wymagało obliczeń. Określenie prawdziwości podanych zdań wymagało głównie jakościowej analizy ruchu satelity pod wpływem siły grawitacji (jak niezależność ruchu w polu grawitacyjnym od masy ciała oraz identyfikacja siły grawitacji w ruchu po orbicie kołowej jako siły dośrodkowej) oraz jakościowej analizy zależności siły grawitacji od promienia orbity. Wysoki poziom wykonania zadania – 70% – świadczy o dobrym, jakościowym rozumieniu zagadnienia przez zdających.

Drugim pod względem łatwości zadaniem w arkuszu było **zadanie 2.2**. (poziom wykonania – 63%). Wchodziło ono w skład wiązki zadań 2.1.–2.3. ([zobacz tutaj opis wiązki](#)) i sprawdzało znajomości zagadnień związanych z dynamiką ruchu jednostajnego po okręgu ciała zawieszonoego na nici. W zadaniu należało wybrać prawidłowe dokończenia dwóch zdań:

1. Jeżeli wzrośnie wartość prędkości, z jaką ciało  $B$  porusza się po okręgu, to kąt  $\alpha$  między nicią a kierunkiem pionowym

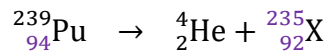
- A. się zwiększy.                      B. się nie zmienia.                      C. się zmniejszy.

2. Jeżeli wzrośnie wartość prędkości, z jaką ciało  $B$  porusza się po okręgu, to wartość siły napięcia nici

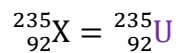
- D. wzrośnie.                      E. pozostanie taka sama.                      F. zmaleje.

Udzielenie prawidłowych odpowiedzi wiązało się z wiedzą, że wypadkowa sił: grawitacji i napięcia nici działających na ciało  $B$  stanowiła siłę dośrodkową, a siła dośrodkowa zależy od wartości prędkości (liniowej lub kątowej). Wiedząc to, wystarczyło zdać sobie dalej sprawę, że wzrost wartości prędkości, z jaką ciało obraca się, powoduje wzrost wartości siły wypadkowej. Z kolei wzrost wartości siły wypadkowej – przy ustalonej sile grawitacji – musi być związany ze zmianą „trójkąta rozkładu sił”: rosną kąt  $\alpha$  oraz wartość  $F_n$  siły napięcia nici. Dość wysoki poziom wykonania zadania (63%) może świadczyć o tym, że większość zdających poprawnie poradziła sobie z tą jakościową analizą zagadnienia lub też udzieliła odpowiedzi w sposób intuicyjny, odwołując się do doświadczeń z życia codziennego.

Kolejnym, trzecim pod względem łatwości, zadaniem w arkuszu było **zadanie 10.3.** (poziom wykonania – 62%). Zadanie to wchodziło w skład wiązki zadań 10.1.–10.4. ([zobacz tutaj opis wiązki](#)). W zadaniu należało zapisać równanie reakcji rozpadu alfa jądra plutonu  $^{239}_{94}\text{Pu}$  (z uwzględnieniem wszystkich liczb atomowych i liczb masowych), a także ustalić i zapisać nazwę jądra ciężkiego powstałego w reakcji. Rozwiązanie zadania jest następujące:



gdzie



Nazwa jądra oznaczonego jako X to uran  $^{235}_{92}\text{U}$ . Żeby poprawnie rozwiązać zadanie, wystarczyło w równaniu reakcji zastosować zasadę zachowania ładunku (dla liczb atomowych) oraz zasadę zachowania liczby nukleonów (dla liczb masowych), a także posłużyć się układem okresowym pierwiastków chemicznych. Nieliczne błędy, jakie popełniali zdający podejmujący zadanie 10.3. (lub niepełne rozwiązania), to: zapis równania reakcji bez uwzględnienia liczb atomowych, błędy w określeniu liczb atomowych jądra helu lub jądra pierwiastka X (i w związku z tym błędna identyfikacja jądra X).

**Zadanie 9.1.** należące do wiązki zadań 9.1.–9.2. dotyczyło absorpcji (zadanie 9.1., zamknięte) i emisji (zadanie 9.2., otwarte obliczeniowe) promieniowania elektromagnetycznego przez atom wodoru. W zadaniu 9.1. zdający musieli ustalić i uzasadnić relację pomiędzy częstotliwościami pochłoniętych przez atom wodoru fotonów, które powodują przejścia elektronu pomiędzy odpowiednimi poziomami energetycznymi.

Poniżej treść zdania do dokończenia i poprawne zaznaczenia

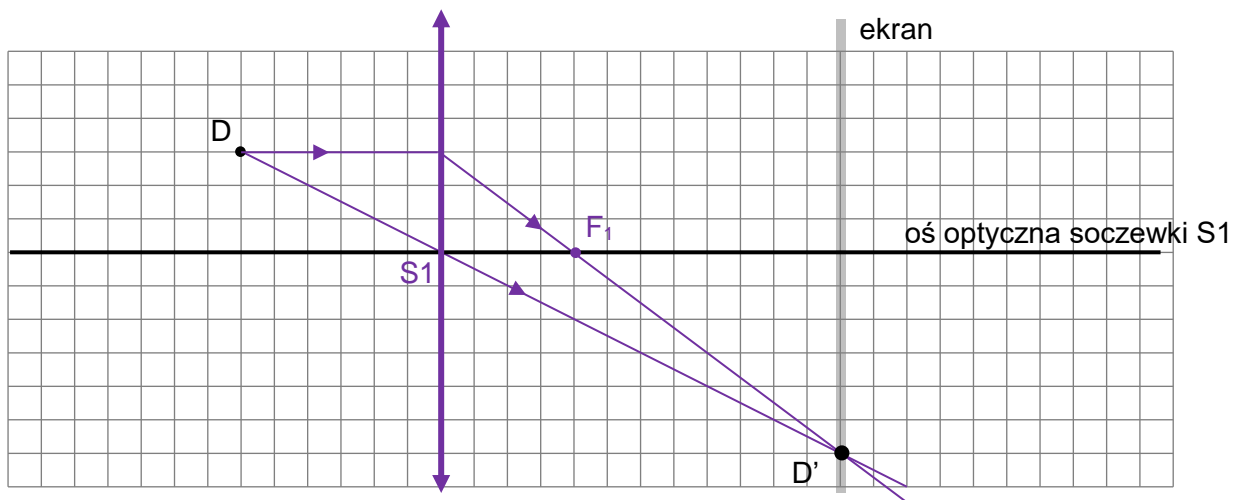
<b>A.</b>	$f_{45} > f_{46},$	ponieważ wartości energii tych fotonów spełniają relację	<b>1.</b>	$E_{45} > E_{46}.$
<b>B.</b>	$f_{45} = f_{46},$		<b>2.</b>	$E_{45} = E_{46}.$
<b>C.</b>	$f_{45} < f_{46},$		<b>3.</b>	$E_{45} < E_{46}.$

Poprawne rozwiązanie tego zadania wymagało: (1) zastosowania zasady zachowania energii dla procesu absorpcji fotonu przez atom wodoru, (2) wykorzystania związku między częstotliwością fotonu a jego energią.

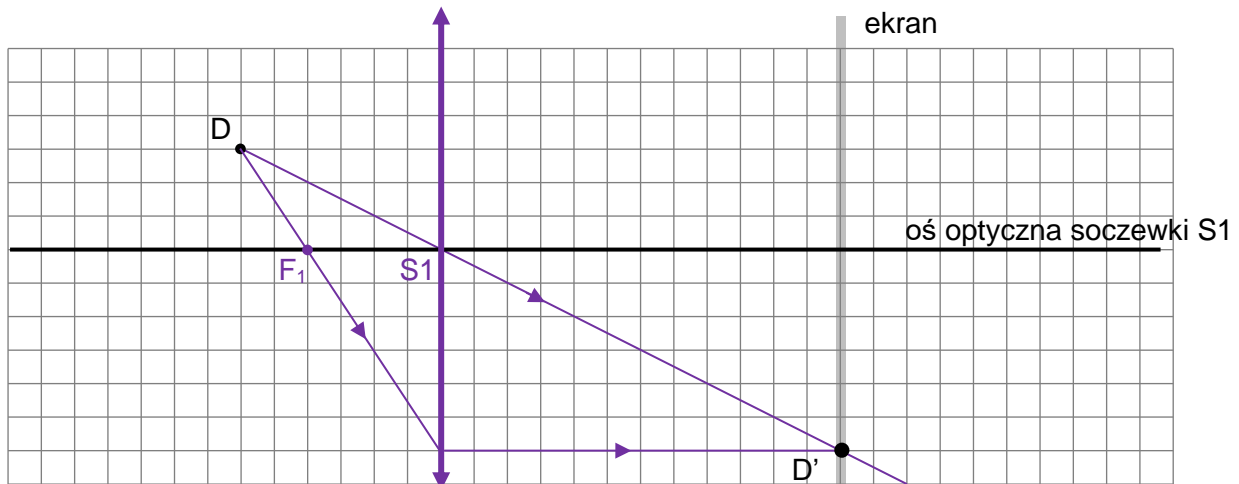
Zadanie 9.1. uzyskało poziom wykonania 57% i współczynnik korelacji 0,46. To oznacza, że zadanie okazało się dla zdających niezbyt trudne i dość umiarkowanie różnicowało populację zdających. W tym kontekście zauważmy, że zadanie miało charakter jakościowy, tzn. nie wymagało obliczeń, a ponadto było to klasyczne zadanie z atomu wodoru.

Kolejnym pod względem łatwości zadaniem w arkuszu było **zadanie 8.1.** z optyki. Uzyskało ono poziom wykonania 55% i wysoki współczynnik korelacji 0,7. W treści zadania 8.1. podany i opisany był rysunek, na którym przedstawiono położenie punktowej, świecącej diody D oraz położenie jej obrazu D' względem osi optycznej soczewki S1 oraz względem ekranu. Poleceniem zadania było wyznaczyć konstrukcyjnie na rysunku położenie soczewki S1 oraz położenie jednego z jej ognisk. Na rysunkach poniżej przedstawione są różne sposoby rozwiązania zadania (rozwiązania oznaczone są kolorem fioletowym).

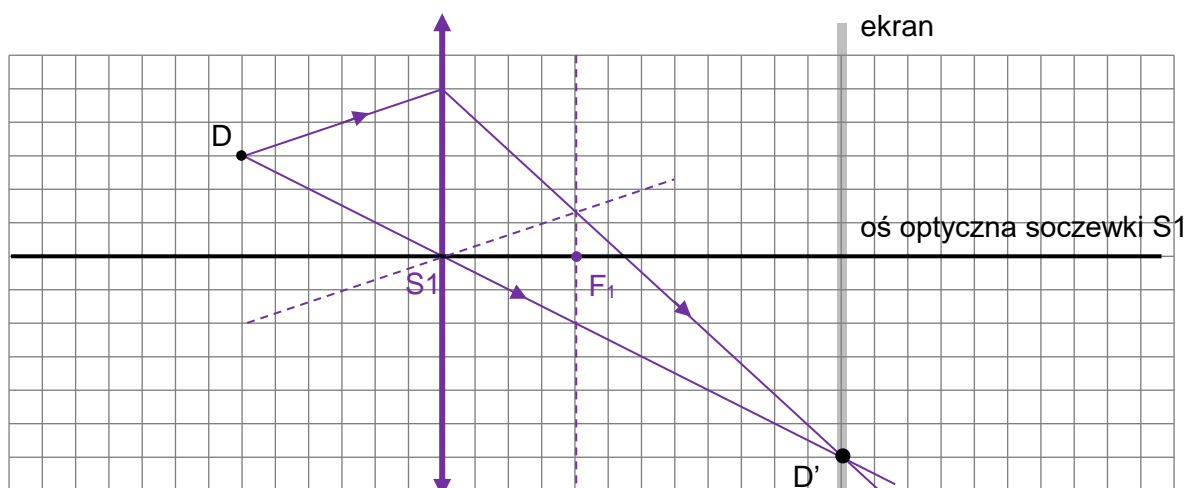
Sposób 1.



Sposób 2.





Sposób 3.

W celu wykonania poprawnej konstrukcji położenia soczewki trzeba było wykorzystać bieg promienia biegnącego z D do D', który przechodząc przez soczewkę nie zmienia kierunku (czyli promienia przechodzącego przez środek soczewki). Następnie, aby wyznaczyć położenie ogniska soczewki, należało wykorzystać bieg promienia, który jest równoległy do osi optycznej (przed lub za soczewką) albo skorzystać z faktu, że promienie równoległe po przejściu przez soczewkę skupiają się w płaszczyźnie ogniska.

Zadanie 8.1. było klasycznym i bardzo typowym zadaniem z optyki. Uzyskało ono poziom wykonania powyżej średniej za cały arkusz, jednak równocześnie mocno różnicowało populację zdających (współczynnik korelacji 0,7). To oznacza, że rozwiązywalność zadania mocno korelowała z wynikiem za cały arkusz – zadanie okazało się łatwe dla tych zdających, którzy uzyskali dobre wyniki w całym arkuszu, natomiast zadanie było trudne dla zdających, którzy uzyskali niskie wyniki za cały arkusz.

**Zadanie 7.2.** także nie sprawiło zdającym większych trudności (poziom wykonania również 55%). Stanowiło ono część wiązki zadań 7.1.–7.5. dotyczących termodynamiki ([zobacz tutaj opis wiązki](#)). Zadanie polegało na ocenie prawdziwości trzech dokończeń zdania:

W przemianie izochorycznej A–B

1.	siła parcia gazu wykonała pracę.	P	<input checked="" type="radio"/> F
2.	energia wewnętrzna gazu rosła.	<input checked="" type="radio"/> P	F
3.	gaz pobrał ciepło z otoczenia	<input checked="" type="radio"/> P	F

Do udzielenia prawidłowych odpowiedzi wystarczyła znajomość własności przemiany izochorycznej gazu doskonałego. Żeby udzielić poprawnej odpowiedzi w zdaniu pierwszym (7.2.1.) wystarczyło odwołać się do definicji pracy oraz definicji przemiany izochorycznej. Gdy siła działa na nieruchome ciało, to praca nie jest wykonywana. Ponieważ siła parcia gazu w przemianie izochorycznej działa na nieruchome ścianki naczynia (gaz nie zmienia

objętości), to siła ta nie wykonuje pracy. Żeby udzielić poprawnych odpowiedzi w zdaniach drugim (7.2.2.) i trzecim (7.2.3.) wystarczyło zauważyć na wykresie, że temperatura gazu rośnie, a następnie przeanalizować jakościowo wzór  $Q = \Delta U = mc_v \Delta T$ , który dla rosnącej temperatury ( $\Delta T > 0$ ) oznacza wzrost energii wewnętrznej oraz pobór ciepła z otoczenia ( $U > 0, Q > 0$ ).

## Wnioski i rekomendacje

1. Egzamin maturalny z fizyki na poziomie rozszerzonym potwierdził, że najmniej trudności sprawiają maturzystom zadania sprawdzające pojedyncze, mało skomplikowane umiejętności, które jednocześnie dotyczą sytuacji typowych i nie wymagają obliczeń (np. zadanie 4.1., zadanie 2.2., zadanie 10.3., zadanie 9.1., zadanie 8.1., zadanie 7.2.). Dotyczy to głównie zadań zamkniętych, wymagających od zdających jedynie analizy jakościowej, ale również typowych, zadań otwartych obliczeniowych. Najlepsze wyniki zdający uzyskali w zadaniach zamkniętych 4.1. i 2.2. Pierwsze dotyczyło grawitacji, a drugie dynamiki punktu materialnego. Żeby udzielić poprawnych odpowiedzi w obu zdaniach, należało przeprowadzić jakościowe analizy ruchu (satelitów oraz ciała zawieszono na nici) z odwołaniem się do podstawowych praw mechaniki i grawitacji.

W przypadku zadań otwartych najwyższe wyniki uzyskali maturzyści za rozwiązanie zadania 10.3. (poziom wykonania – 62%), co świadczy o tym, że dobrze radzą sobie z rozwiązywaniem typowych zadań z fizyki jądrowej, dla których należy zastosować bardzo konkretny algorytm postępowania – zapisać reakcję rozpadu alfa dla jądra plutonu  $^{239}\text{Pu}$  z uwzględnieniem liczb masowych i atomowych.

2. Duże trudności sprawiają zdającym zadania dotyczące jednego zagadnienia czy zjawiska fizycznego (o niskim stopniu złożoności), jednakże przedstawione w nowym, nietypowym kontekście. Takim zadaniem okazało się być na przykład zadanie 3.1., które sprawdzało umiejętność jakościowej analizy przedstawionego wykresu na podstawie zjawiska Dopplera. Innymi przykładami mogą być: zadanie 6.1., w którym sprawdzana była umiejętność narysowania wykresów zależności od czasu natężeń prądów przepływających przez oporniki w obwodzie z diodami, albo zadanie 1.1., w którym trzeba było wykorzystać wprost wzór za zasięg w rzucie poziomym. Wielu maturzystów ma problem z wyodrębnieniem zjawiska z kontekstu i zastosowania w nim praw podstawowych.
3. Podobnie jak w ubiegłych latach, wciąż najtrudniejsze dla zdających są zadania złożone, wymagające wykorzystania kilku zależności lub praw fizycznych, zapisania ich za pomocą wzorów, powiązania ze sobą i doprowadzenia do rozwiązania. Tegoroczny egzamin również potwierdził to spostrzeżenie. Dodatkową trudnością dla zdających jest również to, że dane do zadań przedstawiane są w różnych formach: czy to na wykresach, rysunkach schematycznych, tabelach, czy też w treści zadania. Od zdających wymaga się zbudowania modelu zjawiska i opisanie go w sposób matematyczny, co dla większości jest zbyt trudne. Świadczy o tym niski poziom wykonania zadań 2.3., 3.2., 4.3., 5.3., 6.2., które sprawdzały wymagania ogólne: „Budowa prostych modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk”.
4. Błędy rachunkowe popełniane przez zdających na każdym etapie rozwiązywania zadań otwartych stanowią poważną przeszkodę w uzyskaniu poprawnego wyniku. Błędy popełniane w początkowej fazie rozwiązania zadania nierzadko w sposób istotny utrudniają lub wręcz uniemożliwiają dokończenie rozwiązania albo prowadzą do otrzymania wyników niespełniających warunków zadania. Widać to na przykładzie rozwiązań zadań 4.3., 7.4. czy 10.2., w których zastosowanie notacji wykładniczej

ułatwiała wykonywanie rachunków. Inną grupę błędów o charakterze rachunkowym stanowią błędy w algebraicznych przekształceniach wzorów i układów równań (zadanie 3.2).

5. Analiza wyników egzaminu maturalnego z fizyki pokazuje, podobnie jak w poprzednich latach, że maturzyści słabo radzą sobie z zadaniami wymagającymi dowodzenia/uzasadniania twierdzeń dotyczących zjawisk fizycznych, wykazania danej formuły/zależności fizycznej czy wyprowadzenia wzoru. Błąd logiczny zdających często polega na tym, że wykorzystują tezę twierdzenia lub jej elementy do przeprowadzenia dowodu tejże tezy, bądź przyjmują pewne założenia bez ich uzasadnienia (np. w zadaniu 7.1.). Podobnie prawidłowe wyprowadzenie wzoru wymaga powołania się na odpowiednie prawo/zależność fizyczną, a następnie na pokazaniu matematycznie poprawnych przekształceń prowadzących do uzyskania wzoru wyrażającego żadaną zależność (zadanie 2.3.).
6. Wyniki tegorocznego egzaminu przekonują, że zdający niezbyt uważnie czytają zarówno treści zadań, jak i polecenia do zadań. Widoczny jest również brak umiejętności wyciągania wniosków z informacji zawartych w analizowanym tekście. Świadczy o tym niski poziom wykonania m.in. zadań 3.1., 6.1., 7.4, 10.1., 10.2. sprawdzających wymagania ogólne: „Analiza tekstów popularnonaukowych i ocena ich treści” oraz „Wykorzystanie i przetwarzanie informacji zapisanych w postaci tekstu [...] wykresów [...].”
7. Nieprawidłowe rozwiązania pojawiające się w wielu pracach wynikały często z niestosowania się do poleceń. Na przykład w poleceniu do zadania 1.1. było napisane: „Wynik liczbowy podaj zaokrąglony do dwóch cyfr znaczących”, tymczasem w wielu przypadkach maturzyści podawali wynik ze zbyt dużą liczbą cyfr znaczących – np. 0,632 (trzy cyfry znaczące) – lub zbyt małą liczbą cyfr znaczących – np. 0,6 (jedna cyfra znacząca), bądź pozostawiali wynik zapisany za pomocą pierwiastka kwadratowego – np.  $2\sqrt{\frac{1}{10}}$  (a nie rozwinięcia dziesiętnego, dla którego funkcjonuje pojęcie cyfr znaczących).
8. Pojawiały się nieprawidłowe rozwiązania, w których zdający całkowicie mylili kontekst zjawiska, mylili wielkości i stosowali nieprawidłowe wzory – na zasadzie podobieństwa symboli występujących we wzorach. Na przykład w zadaniu 10.1. zamiast wzoru na natężenie pola elektrycznego stosowali wzór na energię kinetyczną kropelki, w zadaniu 5.3. mylili  $S$  – przyrost powierzchni – pojawiający się w wyrażeniu na zmianę strumienia pola magnetycznego z drogą  $s$ , jaką przebywa poruszająca się ze stałą prędkością poprzeczka, w zadaniu 1.1. dotyczącym rzutu poziomego utożsamiali składową pionową prędkości końcowej kulki z poziomą składową prędkości.
9. Niepowodzenia maturzystów często wynikają też z niepełnego zapisu rozwiązań zadań. W szczególności w zadaniach, w których zdający powinni wyprowadzić lub wykazać jakąś zależność, zapisują równania bez wyjaśnienia, skąd się one biorą, nie powołują się na żadne prawa fizyczne albo wprowadzają oznaczenia wielkości, których nie opisują. Bardzo często zapis jest chaotyczny i nieczytelny dla samych zdających, co w konsekwencji prowadzi do licznych pomyłek.

W związku z powyższymi wnioskami rekomenduje się, aby podczas przygotowywania uczniów do egzaminu maturalnego z fizyki na poziomie rozszerzonym zwracać im uwagę na:

- konieczność analizy treści zadania w celu wyodrębnienia: (1) warunków zadania, (2) zjawiska fizycznego z opisanego kontekstu, (3) opisanych w poleceniu czynności do wykonania. Sprzyja temu bardzo dokładne czytanie poleceń i szczegółowa analiza przedstawionego problemu. Odpowiedź powinna ściśle wypełniać wymagania polecenia
- fakt, że rozwiązanie zadania musi pokazywać kroki postępowania prowadzące do rozwiązania, tj.:
  - ✓ niezbędne zależności lub prawa fizyczne, które umożliwiają rozwiązanie zadania
  - ✓ zapisy i oznaczenia stosowane przez zdającego muszą jednoznacznie umożliwiać identyfikację tych zależności oraz wielkości fizycznych opisanych w treści zadania i polecenia
  - ✓ obliczenia muszą wynikać z przedstawionych zależności
  - ✓ wyniki obliczeń w zadaniach rachunkowych muszą być zapisane z określoną dokładnością wraz z właściwymi jednostkami, zgodnie z poleceniem w zadaniu
- umiejętność odczytywania danych do zadania przedstawionych w formie wykresu, rysunku, schematu czy tabeli
- logicznie poprawną konstrukcję przeprowadzania dowodów i uzasadnień (teza twierdzenia musi być logicznie wyprowadzona z: danych w zadaniu, w tym założeń o zjawisku, znanych praw fizycznych oraz znanych wzorów fizycznych)
- umiejętność rozumienia wzorów fizycznych. Należy pamiętać, że jeżeli prawo fizyczne czy zasada fizyczna ma charakter wektorowy, to określa ona także geometryczne relacje pomiędzy wielkościami w nim występującymi. Ponadto należy dobrze rozumieć operacje na wielkościach występujących we wzorze
- fakt, że samo dysponowanie wzorem dostępnym w *Wybranych wzorach* bez rozumienia jego fizycznego sensu nie ułatwia i nie prowadzi do prawidłowego rozwiązania zadania. Wiedza fizyczna nie ogranicza się do znajomości postaci formuł i wzorów czy werbalnej znajomości zasad. Ugruntowana wiedza fizyczna wiąże się ze znajomością zakresu stosowalności wzorów, prawidłową identyfikacją i rozumieniem wielkości występujących we wzorach, stosowaniem odpowiednich konwencji znaków we wzorach, rozumieniem założeń, przy których można stosować daną zasadę lub prawo
- staranne i sprawne wykonywanie przekształceń i obliczeń. Stosowanie wygodnej dla rachunków notacji wykładniczej, w szczególności w zadaniach, w których pojawiają się bardzo duże lub małe liczby. Konieczne jest weryfikowanie poprawności otrzymanego wyniku
- zaokrąglanie wyniku i jego zapis z dokładnością do określonej w poleceniu liczby cyfr znaczących.