CENTRALNA KOMISJA EGZAMINACYJNA

OKRĘGOWA KOMISJA EGZAMINACYJNA W POZNANIU

Rodzaj dokumentu:	**Osiągnięcia uczniów kończących VIII klasę szkoły podstawowej.** **Sprawozdanie za rok 2021** **Województwo zachodniopomorskie**
Egzamin:	**Egzamin ósmoklasisty**
Przedmiot:	**Matematyka**
Termin egzaminu:	26 maja 2021 r.
Data publikacji dokumentu:	17 września 2021 r.

Korekta danych statycznych od strony 57. (z dnia 30.09.2021 r.)

Opracowanie

Monika Nowak (Centralna Komisja Egzaminacyjna)
Edyta Warzecha (Centralna Komisja Egzaminacyjna)
Grażyna Miłkowska (Centralna Komisja Egzaminacyjna)
Urszula Mazur (Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Krakowie)
Karolina Kołodziej (Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Krakowie)
Ewa Kałucka (Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Jaworznie)

OPIEKA MERYTORYCZNA:

Mariusz Mroczek (Centralna Komisja Egzaminacyjna)
dr Wioletta Kozak (Centralna Komisja Egzaminacyjna)
dr Marcin Smolik (Centralna Komisja Egzaminacyjna)

OPRACOWANIE TECHNICZNE:

Andrzej Kaptur (Centralna Komisja Egzaminacyjna)

WSPÓŁPRACA

Agata Wiśniewska (Centralna Komisja Egzaminacyjna)
Beata Dobrosielska (Centralna Komisja Egzaminacyjna)
Marek Zieliński (Centralna Komisja Egzaminacyjna)
Pracownie ds. Analiz Wyników Egzaminacyjnych okręgowych komisji egzaminacyjnych

Centralna Komisja Egzaminacyjna
ul. Józefa Lewartowskiego 6, 00-190 Warszawa
tel. 22 536 65 00, fax 22 536 65 04
e-mail: sekretariat@cke.gov.pl
www.cke.gov.pl

Opracowanie dla województwa zachodniopomorskiego

Małgorzata Lembicz
Anna Sperling
Wioleta Śmigielska

Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Poznaniu
ul. Gronowa 22, 61-655 Poznań
tel. 61 854 01 60, fax 61 852 14 41
e-mail: sekretariat@oke.poznan.pl
www.oke.poznan.pl

Spis treści

1. Opis arkusza standardowego

W roku szkolnym 2020/2021 egzamin ósmoklasisty z matematyki został przeprowadzany na podstawie wymagań egzaminacyjnych określonych w załączniku nr 1 do rozporządzenia Ministra Edukacji Narodowej z dnia 20 marca 2020 r.[1]

Uczniowie bez dysfunkcji oraz uczniowie z dysleksją rozwojową rozwiązywali zadania zawarte w arkuszu OMAP-100-2105. Arkusz egzaminacyjny zawierał 19 zadań, w tym 15 zadań zamkniętych (zadania wyboru wielokrotnego, zadania prawda-fałsz i zadania na dobieranie) i 4 zadania otwarte. Za poprawne rozwiązanie wszystkich zadań można było uzyskać maksymalnie 25 punktów. Zadania obejmowały zagadnienia z zakresu m.in. arytmetyki, algebry i geometrii. Od ósmoklasistów wymagały uważnej analizy treści i elementów graficznych, a w przypadku zadań otwartych – dodatkowo zaplanowania i zapisania kolejnych etapów rozwiązania oraz sformułowania odpowiedzi.

2. Dane dotyczące populacji uczniów

TABELA 1. UCZNIOWIE ROZWIĄZUJĄCY ZADANIA W ARKUSZU STANDARDOWYM

Liczba uczniów		**14317**
Uczniowie	bez dysleksji rozwojowej	12573
	z dysleksją rozwojową	1744
	dziewczęta	7043
	chłopcy	7274
	ze szkół na wsi	3549
	ze szkół w miastach do 20 tys. mieszkańców	3711
	ze szkół w miastach od 20 tys. do 100 tys. mieszkańców	2833
	ze szkół w miastach powyżej 100 tys. mieszkańców	4224
	ze szkół publicznych	13616
	ze szkół niepublicznych	701

Z egzaminu zwolniono 26 uczniów – laureatów i finalistów olimpiad przedmiotowych oraz laureatów konkursów przedmiotowych o zasięgu wojewódzkim lub ponadwojewódzkim.

[1] Załącznik nr 1 do rozporządzenia Ministra Edukacji Narodowej z dnia 20 marca 2020 r. w sprawie szczególnych rozwiązań w okresie czasowego ograniczenia funkcjonowania jednostek systemu oświaty w związku z zapobieganiem, przeciwdziałaniem i zwalczaniem COVID-19 (Dz.U. poz.493, z późn. zm.).

Tabela 2. Uczniowie rozwiązujący zadania w arkuszach dostosowanych

Uczniowie	z autyzmem, w tym z zespołem Aspergera	114
	słabowidzący i niewidomi	28
	słabosłyszący i niesłyszący	63
	z niepełnosprawnością intelektualną w stopniu lekkim	290
	z afazją	14
	z niepełnosprawnością ruchową spowodowaną mózgowym porażeniem dziecięcym	7
	z niepełnosprawnościami sprzężonymi	9
	o których mowa w art. 165 ust. 1 ustawy[2] (cudzoziemcy)	232
	Ogółem	**757**

[2] Ustawa z dnia 14 grudnia 2016 r. *Prawo oświatowe* (Dz.U. z 2020 r. poz. 910).

3. Przebieg egzaminu

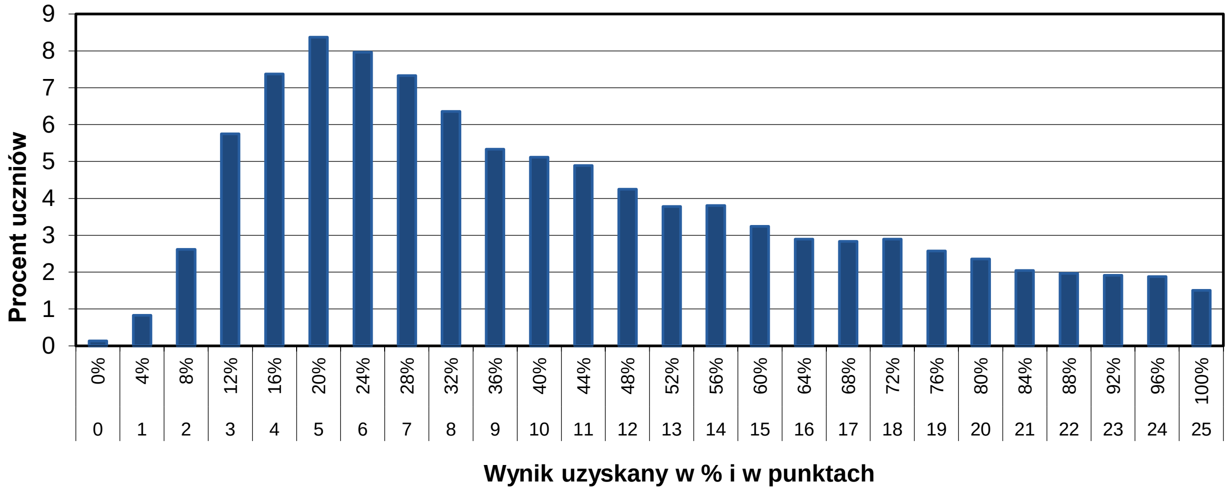
TABELA 3. INFORMACJE DOTYCZĄCE PRZEBIEGU EGZAMINU

Termin egzaminu			26 maja 2021 r.
Czas trwania egzaminu			100 minut dla uczniów rozwiązujących zadania w arkuszu standardowym lub czas przedłużony zgodnie z przyznanym dostosowaniem
Liczba szkół			463
Liczba zespołów egzaminatorów			3
Liczba egzaminatorów			80
Liczba obserwatorów[3] (§ 7 ust. 1)			20
Liczba unieważnień[4]	w przypadku:		
	art. 44zzv pkt 1	stwierdzenia niesamodzielnego rozwiązywania zadań przez ucznia	0
	art. 44zzv pkt 2	wniesienia lub korzystania przez ucznia w sali egzaminacyjnej z urządzenia telekomunikacyjnego	1
	art. 44zzv pkt 3	zakłócania przez ucznia prawidłowego przebiegu egzaminu ósmoklasisty	0
	art. 44zzw ust. 1	stwierdzenia podczas sprawdzania pracy niesamodzielnego rozwiązywania zadań przez ucznia	0
	art. 44zzy ust. 7	stwierdzenia naruszenia przepisów dotyczących przeprowadzania egzaminu ósmoklasisty	0
	art. 44zzy ust. 10	niemożności ustalenia wyniku (np. zaginięcia karty odpowiedzi)	0
	inne (np. złe samopoczucie ucznia)		0
Liczba wglądów[4] (art. 44zzz ust. 1)			7

[3] Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 1 sierpnia 2017 r. w sprawie szczegółowych warunków i sposobu przeprowadzania egzaminu ósmoklasisty (Dz.U. z 2020 r. poz. 1361).
[4] Ustawa z dnia 7 września 1991 r. o systemie oświaty (Dz.U. z 2020 r. poz. 1327 z późn. zm.).

4. Podstawowe dane statystyczne

Wyniki uczniów



WYKRES 1. ROZKŁAD WYNIKÓW UCZNIÓW

TABELA 4. WYNIKI UCZNIÓW – PARAMETRY STATYSTYCZNE

Liczba uczniów	Minimum (%)	Maksimum (%)	Mediana (%)	Modalna (%)	Średnia (%)	Odchylenie standardowe (%)
14317	0	100	36	20	42,20	24,75

Wyniki uczniów w procentach, odpowiadające im wartości centyli i wyniki na skali staninowej

TABELA 5. WYNIKI UCZNIÓW W PROCENTACH, ODPOWIADAJĄCE IM WARTOŚCI CENTYLI I WYNIKI NA SKALI STANINOWEJ

Matematyka		
wynik procentowy	wartość centyla	stanin
0	1	1
4	1	
8	3	
12	7	2
16	13	
20	20	3
24	27	
28	33	4
32	39	
36	44	
40	49	5
44	54	
48	58	
52	63	
56	67	6
60	71	
64	75	
68	78	
72	81	7
76	85	
80	88	
84	90	
88	93	8
92	96	
96	98	9
100	100	

Wyniki w skali centylowej i staninowej umożliwiają porównanie wyniku ucznia z wynikami uczniów w całym kraju. Na przykład jeśli uczeń z matematyki uzyskał 76% punktów możliwych do zdobycia (wynik procentowy), to oznacza, że jego wynik jest taki sam lub wyższy od wyniku 85% wszystkich zdających (wynik centylowy), a niższy od wyniku 15% zdających i znajduje się on w 7. staninie.

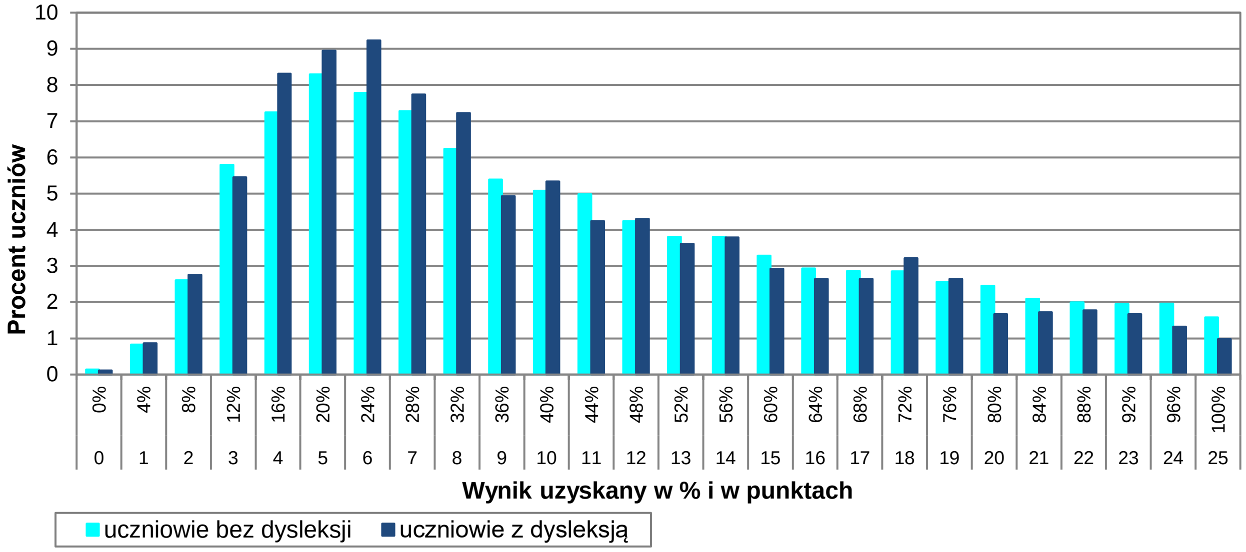
Średnie wyniki szkół[5] na skali staninowej

TABELA 6. WYNIKI SZKÓŁ NA SKALI STANINOWEJ

Stanin	Przedział wyników (w %)
1	9–25
2	26–31
3	32–36
4	37–41
5	42–47
6	48–53
7	54–60
8	61–69
9	70–94

Skala staninowa umożliwia porównywanie średnich wyników szkół w poszczególnych latach. Uzyskanie w kolejnych latach takiego samego średniego wyniku w procentach nie oznacza tego samego poziomu osiągnięć.

Wyniki uczniów bez dysleksji oraz uczniów z dysleksją rozwojową



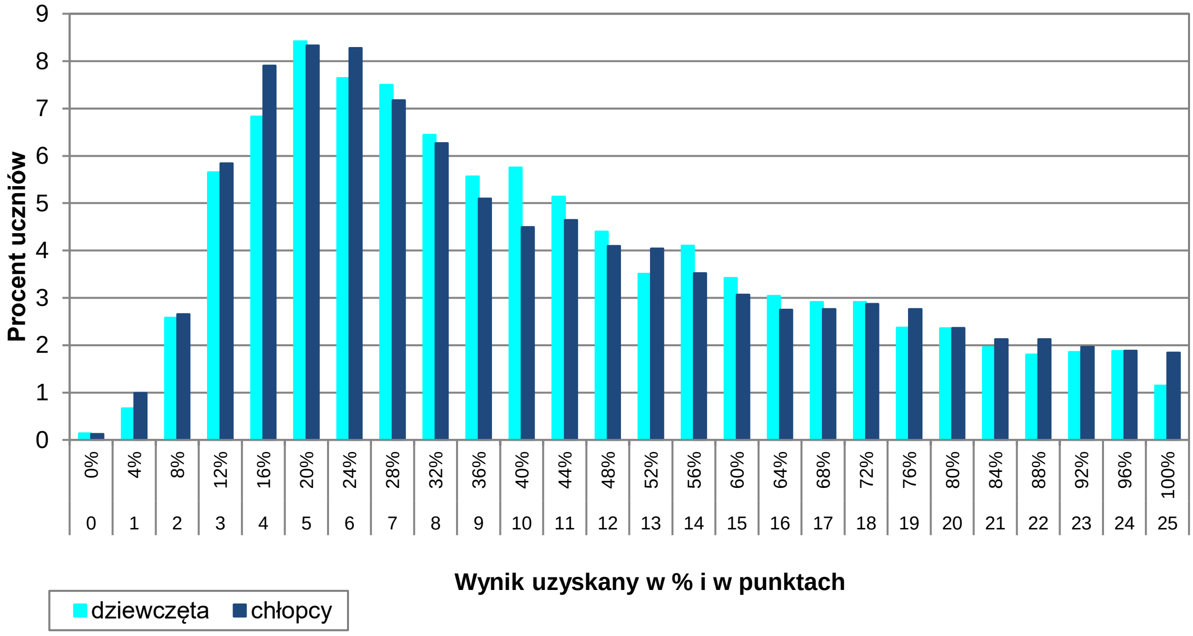
WYKRES 2. ROZKŁADY WYNIKÓW UCZNIÓW BEZ DYSLEKSJI ORAZ UCZNIÓW Z DYSLEKSJĄ ROZWOJOWĄ

TABELA 7. WYNIKI UCZNIÓW BEZ DYSLEKSJI ORAZ UCZNIÓW Z DYSLEKSJĄ ROZWOJOWĄ – PARAMETRY STATYSTYCZNE

	Liczba uczniów	Minimum (%)	Maksimum (%)	Mediana (%)	Modalna (%)	Średnia (%)	Odchylenie standardowe (%)
Uczniowie bez dysleksji	12573	0	100	36	20	42,48	24,88
Uczniowie z dysleksją rozwojową	1744	0	100	32	24	40,22	23,73

[5] Ilekroć w niniejszym sprawozdaniu jest mowa o wynikach szkół w 2021 roku, przez szkołę należy rozumieć każdą placówkę, w której liczba uczniów przystępujących do egzaminu była nie mniejsza niż 5. Wyniki szkół obliczono na podstawie wyników uczniów, którzy wykonywali zadania z zestawu OMAP-100-2105.

Wyniki dziewcząt i chłopców



WYKRES 3. ROZKŁADY WYNIKÓW DZIEWCZĄT I CHŁOPCÓW

TABELA 8. WYNIKI DZIEWCZĄT I CHŁOPCÓW – PARAMETRY STATYSTYCZNE

Płeć	Liczba uczniów	Minimum (%)	Maksimum (%)	Mediana (%)	Modalna (%)	Średnia (%)	Odchylenie standardowe (%)
Dziewczęta	7043	0	100	36	20	42,14	24,23
Chłopcy	7274	0	100	36	20	42,27	25,26

Wyniki uczniów a wielkość miejscowości

TABELA 9. WYNIKI UCZNIÓW W ZALEŻNOŚCI OD LOKALIZACJI SZKOŁY – PARAMETRY STATYSTYCZNE

	Liczba uczniów	Minimum (%)	Maksimum (%)	Mediana (%)	Modalna (%)	Średnia (%)	Odchylenie standardowe (%)
Wieś	3549	0	100	32	20	37,40	22,77
Miasto do 20 tys. mieszkańców	3711	0	100	32	24	38,10	22,21
Miasto od 20 tys. do 100 tys. mieszkańców	2833	0	100	36	20	42,19	24,40
Miasto powyżej 100 tys. mieszkańców	4224	0	100	48	20	49,85	26,77

Wyniki uczniów szkół publicznych i szkół niepublicznych

TABELA 10. WYNIKI UCZNIÓW SZKÓŁ PUBLICZNYCH I SZKÓŁ NIEPUBLICZNYCH – PARAMETRY STATYSTYCZNE

	Liczba uczniów	Minimum (%)	Maksimum (%)	Mediana (%)	Modalna (%)	Średnia (%)	Odchylenie standardowe (%)
Szkoła publiczna	13616	0	100	36	20	41,97	24,49
Szkoła niepubliczna	701	0	100	40	16	46,64	29,03

Poziom wykonania zadań

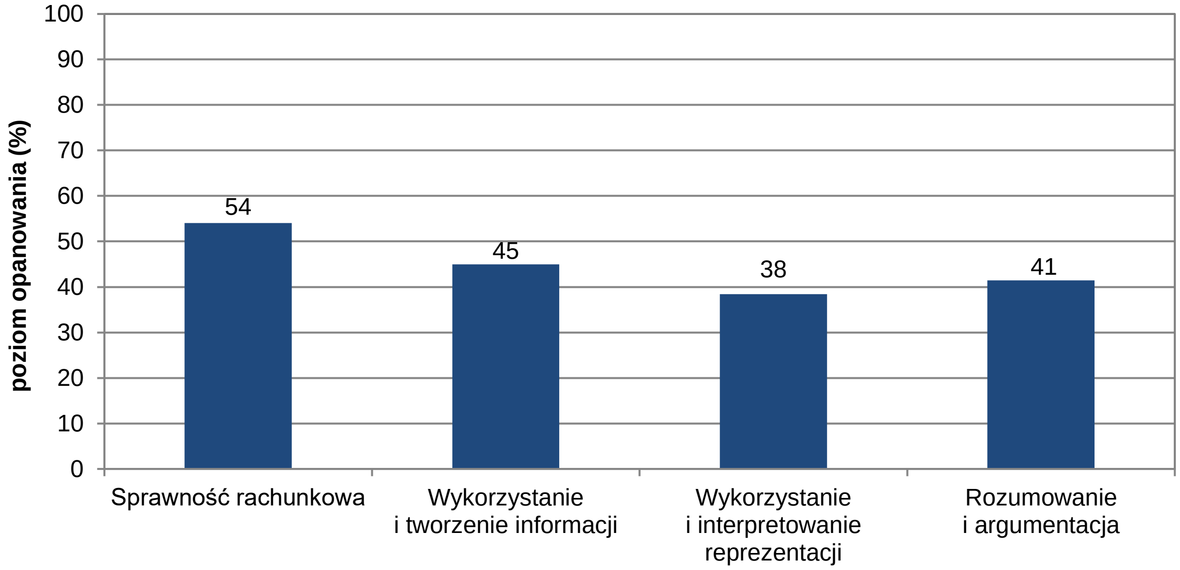
TABELA 11. POZIOM WYKONANIA ZADAŃ

Wymagania egzaminacyjne 2021			
Numer zadania	**Wymagania ogólne**	**Wymagania szczegółowe**	**Poziom wykonania zadania (%)**
1.	II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.	XXI. Odczytywanie danych i elementy statystyki opisowej. Uczeń: 1) interpretuje dane przedstawione za pomocą tabel, diagramów słupkowych i kołowych, wykresów, w tym także wykresów w układzie współrzędnych; 2) oblicza średnią arytmetyczną kilku liczb.	65
2.	I. Sprawność rachunkowa. 1. Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub w działaniach trudniejszych pisemnie oraz wykorzystanie tych umiejętności w sytuacjach praktycznych.	V. Działania na ułamkach zwykłych i dziesiętnych. Uczeń: 2) dodaje, odejmuje, mnoży i dzieli ułamki dziesiętne w pamięci (w przykładach najprostszych) lub pisemnie.	42
3.	I. Sprawność rachunkowa. 1. Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub w działaniach trudniejszych pisemnie oraz wykorzystanie tych umiejętności w sytuacjach praktycznych.	V. Działania na ułamkach zwykłych i dziesiętnych. Uczeń: 1) dodaje, odejmuje, mnoży i dzieli ułamki zwykłe o mianownikach jedno- lub dwucyfrowych, a także liczby mieszane.	67
4.	IV. Rozumowanie i argumentacja. 2. Dostrzeganie regularności, podobieństw oraz analogii i formułowanie wniosków na ich podstawie.	VII. Potęgi o podstawach wymiernych. Uczeń: 4) podnosi potęgę do potęgi.	66
5.	IV. Rozumowanie i argumentacja. 1. Przeprowadzanie prostego rozumowania, podawanie argumentów uzasadniających poprawność rozumowania, rozróżnianie dowodu od przykładu.	II. Działania na liczbach naturalnych. Uczeń: 7) rozpoznaje liczby podzielne przez 2, 3, 4, 5, 9, 10, 100.	44
6.	II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.	XI. Obliczenia procentowe. Uczeń: 5) stosuje obliczenia procentowe do rozwiązywania problemów w kontekście praktycznym, również w przypadkach jednokrotnych podwyżek lub obniżek danej wielkości.	31
7.	II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.	VIII. Pierwiastki. Uczeń: 2) szacuje wielkość danego pierwiastka kwadratowego lub sześciennego oraz prostego wyrażenia arytmetycznego zawierającego pierwiastki np. $1+\sqrt{2}$, $2-\sqrt{2}$.	38

8.	IV. Rozumowanie i argumentacja. 2. Dostrzeganie regularności, podobieństw oraz analogii i formułowanie wniosków na ich podstawie.	IX. Tworzenie wyrażeń algebraicznych z jedną i z wieloma zmiennymi. Uczeń: 1) korzysta z nieskomplikowanych wzorów, w których występują oznaczenia literowe, opisuje wzór słowami. X. Przekształcanie wyrażeń algebraicznych. Sumy algebraiczne i działania na nich. Uczeń: 3) mnoży sumy algebraiczne przez jednomian i dodaje wyrażenia powstałe z mnożenia sum algebraicznych przez jednomiany.	36
9.	III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji 1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.	IX. Tworzenie wyrażeń algebraicznych z jedną i z wieloma zmiennymi. Uczeń: 1) korzysta z nieskomplikowanych wzorów, w których występują oznaczenia literowe, opisuje wzór słowami; 3) oblicza wartości liczbowe wyrażeń algebraicznych.	30
10.	III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji 1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.	XXII. Zadania tekstowe. Uczeń: 5) do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym stosuje poznaną wiedzę z zakresu arytmetyki i geometrii oraz nabyte umiejętności rachunkowe, a także własne poprawne metody. XXI. Odczytywanie danych i elementy statystyki opisowej. Uczeń: 2) oblicza średnią arytmetyczną kilku liczb.	72
11.	III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.	XX. Wprowadzenie do kombinatoryki i rachunku prawdopodobieństwa. Uczeń: 2) przeprowadza proste doświadczenia losowe, polegające na rzucie sześcienną kostką do gry lub losowaniu np. kuli spośród zestawu kul, analizuje je i oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń w doświadczeniach losowych.	71
12.	II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.	XVI. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. Uczeń: 3) stosuje twierdzenie o sumie kątów wewnętrznych trójkąta. XVII. Wielokąty. Uczeń: 7) oblicza miary kątów, stosując przy tym poznane własności kątów i wielokątów.	59
13.	II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.	II. Działania na liczbach naturalnych. Uczeń: 7) rozpoznaje liczby podzielne przez 2, 3, 4, 5, 9, 10, 100.	24
14.	II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.	XIX. Geometria przestrzenna. Uczeń: 4) oblicza objętość i pole powierzchni prostopadłościanu przy danych długościach krawędzi.	52
15.	III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.	XIX. Geometria przestrzenna. Uczeń: 6) oblicza objętości i pola powierzchni ostrosłupów prawidłowych.	30

16.	IV. Rozumowanie i argumentacja. 1. Przeprowadzanie prostego rozumowania, podawanie argumentów uzasadniających poprawność rozumowania, rozróżnianie dowodu od przykładu.	IV. Ułamki zwykłe i dziesiętne. Uczeń: 12) porównuje ułamki (zwykłe i dziesiętne). XXII. Zadania tekstowe. Uczeń: 6) weryfikuje wynik zadania tekstowego, oceniając sensowność rozwiązania np. poprzez szacowanie, sprawdzanie wszystkich warunków zadania, ocenianie rzędu wielkości otrzymanego wyniku.	58
17.	III. Wykorzystywanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.	VI. Obliczenia praktyczne. Uczeń: 7) w sytuacji praktycznej oblicza […] czas przy danej drodze i prędkości oraz stosuje jednostki prędkości km/h i m/s. XVI. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. Uczeń: 8) zna i stosuje w sytuacjach praktycznych twierdzenie Pitagorasa (bez twierdzenia odwrotnego).	32
18.	III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.	XXII. Zadania tekstowe. Uczeń: 5) do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym stosuje poznaną wiedzę z zakresu arytmetyki i geometrii oraz nabyte umiejętności rachunkowe, a także własne poprawne metody.	24
19.	IV. Rozumowanie i argumentacja. 3. Stosowanie strategii wynikającej z treści zadania, tworzenie strategii rozwiązania problemu, również w rozwiązaniach wieloetapowych oraz w takich, które wymagają umiejętności łączenia wiedzy z różnych działów matematyki.	XVI. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. Uczeń: 6) zna i stosuje w sytuacjach praktycznych twierdzenie Pitagorasa (bez twierdzenia odwrotnego). XVII. Wielokąty. Uczeń: 5) stosuje wzory na pole trójkąta, prostokąta […].	23

Średnie wyniki uczniów w zakresie poszczególnych obszarów umiejętności



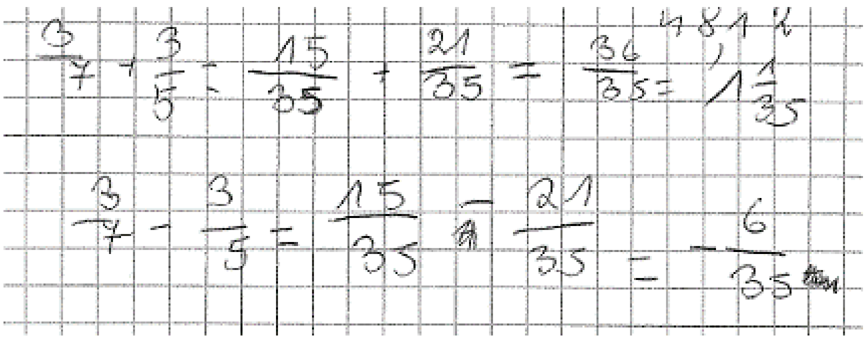
WYKRES 4. ŚREDNIE WYNIKI UCZNIÓW W ZAKRESIE POSZCZEGÓLNYCH OBSZARÓW UMIEJĘTNOŚCI

Komentarz opracowany na podstawie wyników krajowych

Arkusz egzaminacyjny składał się z 19 zadań. W zestawie nie było zadań bardzo trudnych i bardzo łatwych. Uczniowie uzyskali średnio za rozwiązanie zadań zamkniętych 53% punktów możliwych do zdobycia, a za rozwiązanie zadań otwartych 39% punktów.

Pierwsze wymaganie ogólne, czyli **sprawność rachunkowa**, sprawdzane było dwoma zadaniami zamkniętymi: 2. i 3. Zdający uzyskali za ich rozwiązanie średnio 59% punktów możliwych do zdobycia. Łatwe dla uczniów okazało się zadanie 3., które polegało na porównaniu sumy dwóch ułamków o różnych mianownikach z liczbą 1 i porównanie różnicy tych ułamków z liczbą 0. W przypadku zadania 2. uczniowie mogli sformułować wniosek na podstawie porównania ułamków o równych licznikach. Większość uczniów, aby rozwiązać zadanie, obliczyła sumę i różnicę podanych w zadaniu ułamków i w oparciu o uzyskane wyniki wskazywała uzupełnienie zdań. Poprawną odpowiedź wybrało 71% uczniów. Przykład 1. przedstawia poprawne rozwiązanie zamieszczone w brudnopisie.

Przykład 1.



W zadaniu 2. dane były cztery liczby zapisane w postaci sumy, różnicy, ilorazu i iloczynu dwóch liczb dziesiętnych. Czynnością, którą musiał wykonać uczeń, było wskazanie największej z nich. Poprawnie rozwiązało zadanie 46% zdających. Analizując wyniki, można zauważyć, że wybranie największej liczby spośród liczb ujemnych sprawiało uczniom trudność. Co piąty, zamiast wskazać liczbę największą, wybierał liczbę najmniejszą jako poprawną odpowiedź. Ilustracją tego błędu jest przykład 2., w którym uczeń bezbłędnie wykonał rachunki, ale wybrał niepoprawną odpowiedź, biorąc pod uwagę jedynie wartości bezwzględne liczb.

Przykład 2.

Dane są cztery liczby x, y, t, u zapisane za pomocą wyrażeń arytmetycznych:

$x = -8{,}02 \cdot 6 = -48{,}12$ $\quad y = -12 : 0{,}3 = -40$ $\quad t = -62{,}5 + 30 = -32{,}5$ $\quad u = -14{,}4 - 12{,}6 = -27{,}0$

Która z tych liczb jest <u>największa</u>? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

A. x $\quad 8{,}02 \cdot 6 = 48{,}12$ $\quad$ **B.** y $\quad \frac{12}{0{,}3} = \frac{120}{3} = 40$ $\quad$ **C.** t $\quad$ **D.** u

Kluczem do wskazania poprawnej odpowiedzi w tym zadaniu była przede wszystkim sprawność rachunkowa. W zamieszczonym poniżej przykładzie 3. uczeń co prawda wybrał (otoczył kółkiem) największą liczbę spośród uzyskanych wyników, jednak popełnione błędy rachunkowe przy obliczaniu wartości liczb y i t uniemożliwiły wskazanie poprawnej odpowiedzi.

Przykład 3.

$x = -48{,}12$

$y = -12 : \frac{1}{3} = -\cancel{12} \cdot \frac{\cancel{3}^1}{1} = -4$

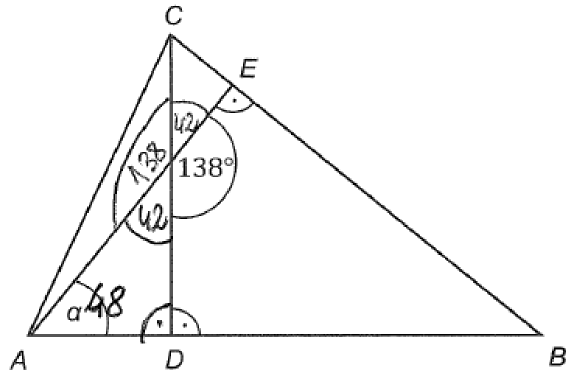
$t = -62{,}5 + 30 = -22{,}5$

$u = -14{,}4 - 12{,}6 = -27$

Drugie wymaganie ogólne, czyli **wykorzystanie i tworzenie informacji**, sprawdzane było sześcioma zadaniami zamkniętymi. Zdający uzyskali za ich rozwiązanie średnio 49% punktów możliwych do zdobycia. W grupie zadań umiarkowanie trudnych, sprawdzających umiejętności z zakresu drugiego wymagania ogólnego, znalazły się zadania 1., 12. i 14. Najłatwiejszym z nich okazało się zadanie 1. typu prawda – fałsz, które wymagało umiejętności interpretowania danych przedstawionych na diagramie słupkowym oraz obliczenia średniej arytmetycznej czterech liczb. Poprawnej oceny obu zdań dokonało 68% zdających. Na końcowy wynik wpłynęła ocena prawdziwości pierwszego zdania. Co czwarty uczeń uznał, że jest to zdanie prawdziwe.

Nieco trudniejsze dla ósmoklasistów było zadanie 12., które zostało poprawnie rozwiązane przez 66% uczniów. W tym zadaniu należało zastosować własności kątów przyległych oraz twierdzenie o sumie miar kątów wewnętrznych trójkąta. Treść zadania wzbogacono rysunkiem, który uczniowie wykorzystywali do zapisywania rozwiązania, jak pokazuje przykład 4.

Przykład 4.



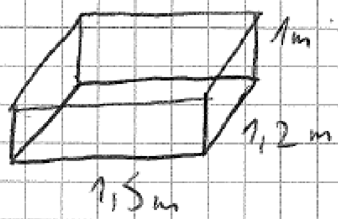
Jaką miarę ma kąt α zaznaczony na rysunku? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

~~**A.** 48°~~ **B.** 45° **C.** 42° **D.** 38°

Kolejnym zadaniem z obszaru wykorzystania i tworzenia informacji było zadanie 14., które wymagało od zdających wykazania się umiejętnościami z zakresu geometrii przestrzennej, a dokładniej obliczenia objętości piasku zajmującego $\frac{3}{4}$ pojemności prostopadłościennej skrzyni o danych długościach krawędzi. Zadanie to poprawnie rozwiązało 58% zdających. Najczęstszym błędem, który popełniło blisko 20% ósmoklasistów, było zaznaczenie wielkości odpowiadającej pojemności skrzyni zamiast tej, która odpowiada liczbie metrów sześciennych wsypanego do niej piasku.

Przykład 5. przedstawia rozwiązanie zadania zamieszczone w brudnopisie, w którym uczeń pominął informację, że piasek nie zajmuje całej pojemności skrzyni.

Przykład 5.



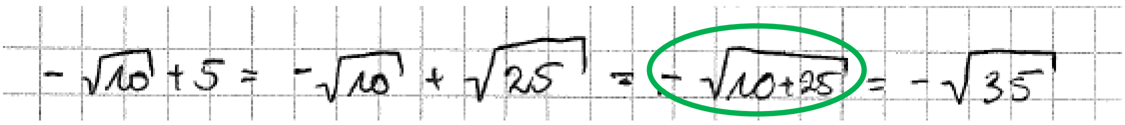
$V = P_p \cdot H$

$V = 1\frac{1}{2} \cdot 1\frac{1}{5} \cdot 1 = \frac{3}{\cancel{2}_1} \cdot \frac{\cancel{6}^3}{5} = \frac{9}{5} = 1\frac{4}{5} = 1{,}8\ m^3$

Zadania sprawdzające wykorzystanie i tworzenie informacji, które dla zdających okazały się trudne, to zadania 6., 7. i 13. Zadanie 6. osadzone było w kontekście praktycznym, a jego rozwiązanie wymagało umiejętności interpretacji informacji zapisanych w tabeli, powiązania ich z informacjami podanymi w treści zadania i wybrania poprawnego sposobu obliczenia podatku od dochodów w dwóch przypadkach z wykorzystaniem obliczeń procentowych. Poprawnie rozwiązało je 34% zdających.

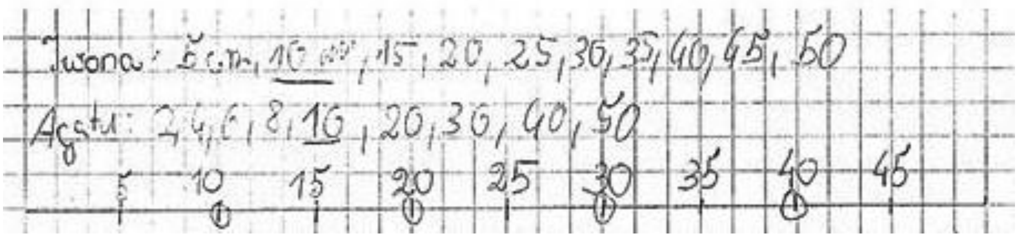
Zadanie 7., które należy do grupy zadań trudnych, a jednocześnie najczęściej opuszczanych spośród wszystkich zadań zamkniętych, polegało na szacowaniu sumy zawierającej pierwiastek kwadratowy. Poprawnie rozwiązało je 44% zdających. Najczęściej wybieraną niepoprawną odpowiedzią (27% ósmoklasistów) było sformułowanie *Otrzymany wynik jest liczbą ujemną większą od (-8).* Poniższy przykład 6. zapisu w brudnopisie wskazuje niepoprawne rachunki, które doprowadziły do wybrania błędnej odpowiedzi.

Przykład 6.



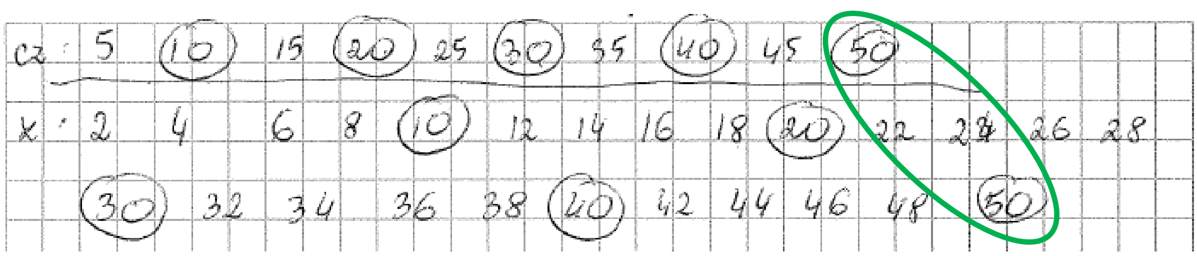
Najtrudniejsze dla zdających wśród wszystkich zadań zamkniętych, ale również w całym zestawie egzaminacyjnym, było zadanie 13. Poprawną odpowiedź wskazało 26% zdających. Aby rozwiązać to zadanie, uczniowie musieli wykazać się umiejętnością rozpoznawania dodatnich liczb naturalnych mniejszych od 50, podzielnych jednocześnie przez 2 i 5. Uczniowie, którzy po ustaleniu wspólnych wielokrotności liczb 2 i 5 wrócili do pytania postawionego w zadaniu, wybrali poprawną odpowiedź, czyli 4. Sposób poszukiwania odpowiedzi prezentuje przykład 7.

Przykład 7.



Często stosowanym sposobem rozwiązania zadania, przedstawionym w przykładzie 8., było wypisanie kolejnych wielokrotności liczby 2 oraz liczby 5, a następnie zaznaczenie powtarzających się liczb. 54% zdających błędnie wskazała, że takich liczb jest 5.

Przykład 8.



Przyczyną tego błędu było ustalenie liczby wspólnych wielokrotności mniejszych lub równych 50, bez odniesienia się do pytania postawionego w zadaniu, czyli ile jest wspólnych linii cięcia listewki.

Trzecie wymaganie ogólne, czyli **wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji**, sprawdzane było sześcioma zadaniami, w tym czterema zamkniętymi (zadania 9., 10., 11., i 15.) oraz dwoma otwartymi (zadania 17. i 18.). Za ich rozwiązanie zdający uzyskali średnio 44% punktów możliwych do zdobycia. Najłatwiejszymi w tej grupie, a jednocześnie w całym arkuszu, okazały się zadania 10. i 11. Prawidłowych odpowiedzi w obydwu zadaniach udzieliło 76% piszących. Zadanie 10. sprawdzało umiejętność stosowania średniej arytmetycznej w kontekście praktycznym. W tym przypadku problem dotyczył liczby zakupionych produktów i kosztu ich zakupu.

Zapisy w brudnopisach pozwalają na zaobserwowanie, w jaki sposób uczniowie ustalali poprawną odpowiedź. Przykłady 9., 10., i 11. prezentują następujące sposoby podejścia do zadania: posłużenie się równaniem, zbudowanie wyrażeń arytmetycznych w oparciu o własności średniej arytmetycznej oraz sprawdzaniem warunków zadania dla kolejno podanych odpowiedzi.

Przykład 9.

$3x=15$

$x=5$

średnia ov

$\frac{3\cdot 5+x}{4}=6$

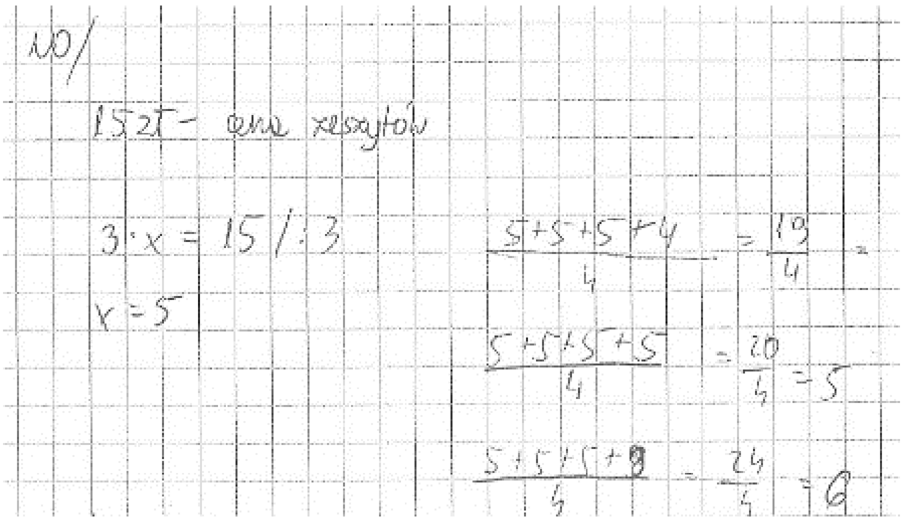
$\frac{15+x}{4}=6 \quad | \cdot 4$

$15+x=24$

Przykład 10.

$4\cdot 6=24 \qquad 24-15=9$

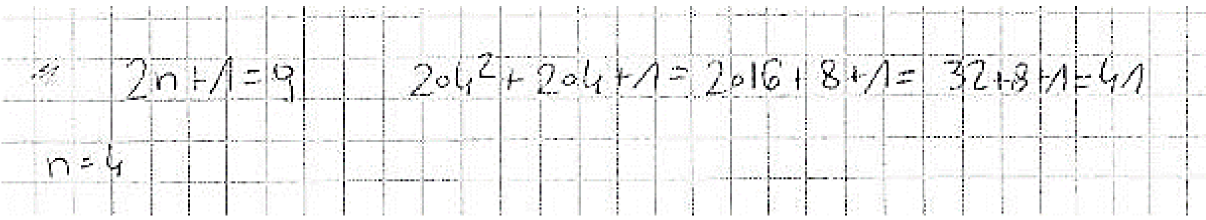
Przykład 11.



W zadaniu 11. uczeń w celu uzupełnienia pierwszego zdania, powinien przeanalizować proste doświadczenie losowe polegające na wyciąganiu jednego losu spośród zestawu losów i na tej podstawie wskazać liczbę losów wygrywających. Do poprawnego uzupełnienia drugiego ze zdań potrzebna była umiejętność obliczenia prawdopodobieństwa wyciągnięcia losu wygrywającego. Z analizy decyzji uczniowskich wynika, że większym problemem było wskazanie poprawnej odpowiedzi w pierwszym zdaniu, chociaż informacja tam podana była niezbędna do uzupełnienia drugiego zdania. Najprawdopodobniej uzupełnienie pierwszego zdania liczbą 120 wynikało z obliczenia różnicy podanych w zadaniu liczb 150 i 30.

Pozostałe cztery zadania były dla uczniów trudne. Poziom ich wykonania mieści się w przedziale 29% – 39%. Zadanie 9. było jednym z dwóch zadań dotyczących trójek liczb naturalnych a, b i c, które spełniają warunek trójek pitagorejskich. Uczeń miał podane informacje dotyczące sposobu wyznaczania niektórych z tych liczb i na tej podstawie musiał ustalić wartość największej z trójki liczb, gdy najmniejsza jest równa 9. Szukając poprawnej odpowiedzi, należało najpierw znaleźć n, dla którego najmniejsza z liczb jest równa 9, a następnie dla wyznaczonego n obliczyć wartość wyrażenia algebraicznego opisującego liczbę największą. Poprawną odpowiedź wskazało 34% zdających. Bezbłędny sposób rozwiązania prowadzący do wyznaczenia kolejno n i liczby największej ilustruje przykład 12.

Przykład 12.



Co czwarty uczeń wybierał odpowiedź 181, co świadczy o tym, że szukając liczby największej, obliczał wartość wyrażenia dla n równego 9. Opisany sposób rozwiązania przedstawia przykład 13.

Przykład 13.

$a = 9$

$a = 2 \cdot 9 + 1 = 18 + 1 = 19$

$b = 2 \cdot 9(\cdot 9 + 1) = 18 \cdot 10 = 180$

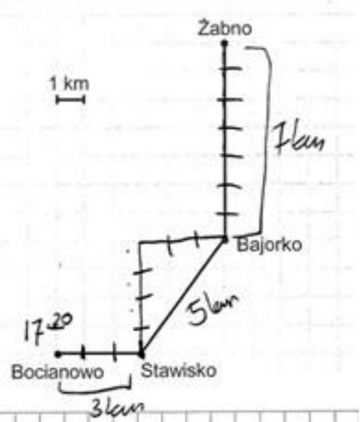
$c = 81 + 18 + 1 = 82 + 18 = 100$

W zadaniu 15. należało wykazać się umiejętnością obliczania pola powierzchni brył. Trudność tego zadania polegała na tym, że wielościan, którego powierzchnię należało obliczyć, powstał z połączenia dwóch identycznych ostrosłupów o podanej powierzchni całkowitej 80 cm^2. Z rozwiązaniem tego zadania poradziło sobie 36% zdających. Częściej niż poprawną wybierano odpowiedź 160 cm^2 (45% zdających) wynikającą z podwojenia podanej w zadaniu powierzchni całkowitej ostrosłupa.

Zadanie 17. to zadanie otwarte, za rozwiązanie którego można było uzyskać maksymalnie 3 punkty. Wymagało ono od ucznia umiejętności stosowania twierdzenia Pitagorasa oraz obliczania czasu przy danej drodze i prędkości. Problem osadzony był w kontekście praktycznym. Średnio uczniowie zdobyli 39% punktów możliwych do uzyskania. Najtrudniejszym etapem rozwiązania było obliczenie czasu przejazdu wyznaczonej trasy przy danej prędkości. Rozwiązanie bezbłędnie do końca doprowadziło 29% uczniów. Przykład 14. prezentuje poprawne rozwiązanie tego zadania.

Przykład 14.

Zadanie 17. (0–3)
Adam mieszka w miejscowości Bocianowo, a jego kolega Bartek – w miejscowości Żabno. Adam umówił się z Bartkiem w Żabnie na godzinę 18:00. Wyjechał z Bocianowa na skuterze o godzinie 17:20. Średnia prędkość jazdy Adama była równa 25 $\frac{km}{h}$.
Na kwadratowej siatce Adam przedstawił schemat trasy, którą jechał.
O której godzinie Adam dotarł na spotkanie z Bartkiem? Zapisz obliczenia.



$t=\frac{s}{v}$

$4^2+3^2=c^2$

$16+9=c^2$

$25=c^2$

$c=5$

$3+7+5=15$ km

$s=v\cdot t$

$s=15$ km

$v=25\frac{km}{h}$

$t=\frac{15 km}{25\frac{km}{h}}=\frac{\cancel{15}^{3}}{\cancel{25}_{5}}=$ 36 min

$\frac{\cancel{60}^{12}}{1}\cdot\frac{1}{\cancel{5}}=12$

$12 \cdot 3 = 36$

17^{20}

$+36$ min

17^{56}

Odp. Adam spotkał się z Bartkiem o 17^{56}.

Inne, często nieschematyczne sposoby rozwiązania, szerzej omówiono w dalszej części opracowania.

Najtrudniejszym dla uczniów zadaniem z obszaru wykorzystania i interpretowania reprezentacji okazało się zadanie 18. Dotyczyło ono rozwiązania problemu wyznaczenia ceny puszki karmy dla psów przy podanych warunkach. Za jego rozwiązanie zdający uzyskali średnio 29% punktów możliwych do zdobycia. Pierwszym etapem rozwiązania tego zadania była poprawna interpretacja informacji podanych w jego treści. Można to było zrobić, zapisując odpowiednie równanie lub ustalając koszt zakupu 4 puszek karmy. Uczeń, który dokonał poprawnej interpretacji i nie popełnił błędów przekształcenia w przypadku rozwiązywania równania i błędów rachunkowych oraz doprowadził rozwiązanie do końca, otrzymywał 2 punkty. Maksymalną liczbę punktów uzyskało 26% zdających.

Poniższe przykłady, 15. i 16., obrazują w pełni poprawne rozwiązania tego zadania.

Przykład 15.

Ania chciała kupić 10 jednakowych puszek karmy dla psa, ale zabrakło jej 11 złotych. Kupiła 6 takich puszek karmy i zostało jej 3,40 złotych. Ile kosztuje jedna puszka karmy? Zapisz obliczenia.

10 − 6 = 4

4 puszki = 3,40 + 11 = 14,40

1 puszka $\boxed{= 3,60}$

6 puszek zostało jej 3,40

~~6 · 3,60~~

10 · 3,60 = 36 zł

36 − 11 = 25

Ania miała 25 zł

6 (puszek) · 3,60 = 21,60 (zostało jej 3,40)

Jedna puszka kosztuje 3,60 zł

Przykład 16.

$10x - 11 = 6x + 3,4$

$4x = 3,4 + 11$

$4x = 14,4 \quad / : 4$

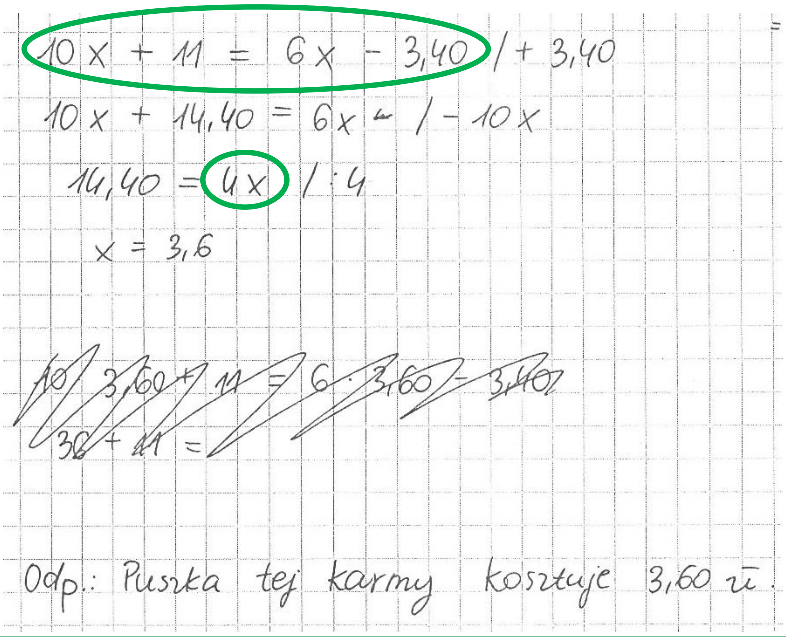
$x = 3,6$ zł

Odp. Kosztowała 3,6 zł.

14,4

Prawie 70% uczniów uzyskało za rozwiązanie zadania 18. 0 punktów. Najczęstszym powodem takiej sytuacji, poza brakiem próby rozwiązania, była błędna interpretacja danych zawartych w treści zadania. Ilustracją tych problemów jest przykład 17. (błędne równanie) oraz przykład 18. (błędny sposób ustalenia kosztu czterech puszek karmy).

Przykład 17.


$10x + 11 = 6x - 3{,}40 \quad / + 3{,}40$

$10x + 14{,}40 = 6x \quad / - 10x$

$14{,}40 = 4x \quad / : 4$

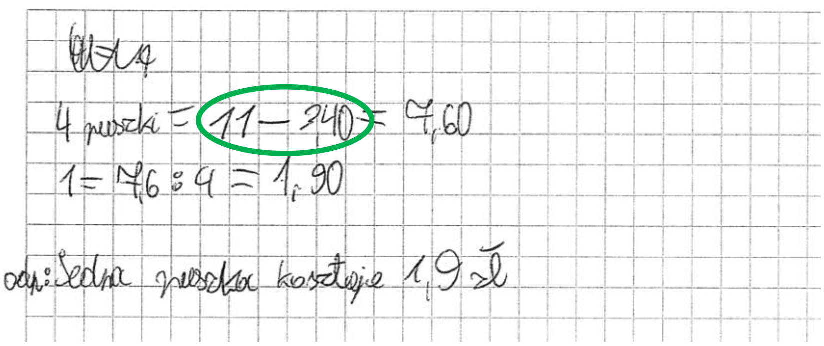
$x = 3{,}6$

$\cancel{10 \cdot 3{,}60 + 11 = 6 \cdot 3{,}60 - 3{,}40}$

$\cancel{36 + 11 =}$

Odp.: Puszka tej karmy kosztuje 3,60 zł.

Przykład 18.


4 puszki = 11 − 3,40 = 7,60

1 = 7,6 : 4 = 1,90

odp: Jedna puszka kosztuje 1,9 zł

Szerzej zadanie to omówiono w dalszej części opracowania.

W zakresie **rozumowania i argumentacji** badano następujące umiejętności ósmoklasistów: przeprowadzanie prostego rozumowania i podawanie argumentów uzasadniających poprawność rozumowania (zadania 5. i 16.), formułowanie wniosków na podstawie zauważonych regularności, podobieństw i analogii (zadania 4. i 8.) oraz tworzenie strategii rozwiązania problemu w rozwiązaniach wieloetapowych (zadanie 19.).

Umiejętności z zakresu rozumowania i argumentacji sprawdzane były trzema zadaniami zamkniętymi i dwoma otwartymi. Uczniowie za rozwiązanie tych zadań uzyskali średnio 47% punktów możliwych do zdobycia. Poziom wykonania zadań z tego zakresu jest bardzo zróżnicowany, wynosi od 29% do 71%.

Najlepiej uczniowie poradzili sobie z zadaniem 4. W informacji wstępnej do zadania został przedstawiony sposób postępowania prowadzący do zamiany sześcianu liczby na iloczyn potęg dwóch liczb, z których jedna jest równa 10. Korzystając z przedstawionej reguły, należało wskazać wyrażenie równe sześcianowi podanej liczby. Poprawnie dokonało tego 71% uczniów, którzy przystąpili do egzaminu ósmoklasisty. Około 14% zdających, stosując podaną w zadaniu regułę, nie poradziło sobie z ustaleniem wykładnika potęgi liczby 10, przyjmując, że przy potęgowaniu potęg wykładniki należy dodać.

W zadaniu 8. problem odnosił się do liczb naturalnych tworzących trójki pitagorejskie a opisanych za pomocą wzorów. Zadaniem uczniów było określenie parzystości jednej z liczb oraz wskazanie różnicy dwóch pozostałych. Prawie co trzeci zdający błędnie uważa, że wyrażenie postaci $2n + 1$, gdzie n jest liczbą naturalną nie mniejszą niż 1, przedstawia liczbę parzystą. Zadanie okazało się dla uczniów trudne; niespełna 41% z nich poprawnie wybrało obydwie odpowiedzi. Poziom wykonania zadania pokazuje, że operowanie wyrażeniami algebraicznymi stanowi dla uczniów duży problem.

W zadaniu 5. należało określić, czy iloczyn pięciu kolejnych liczb całkowitych jest podzielny przez 10, i dobrać uzasadnienie wyboru spośród trzech podanych. Odpowiedź potwierdzającą, że ten iloczyn jest podzielny przez 10 wybrało 65%, przy czym poprawne uzasadnienie tego faktu wskazało ok. 47% zdających, co świadczy o tym, że zadanie należy do grupy zadań trudnych. W tym zadaniu zanotowano również jeden z najwyższych odsetek niepodjętych prób rozwiązania zadania oraz najwięcej wyborów wielokrotnych. Łącznie te przypadki dotyczą 25% zdających. Prawdopodobnie ta grupa uczniów w stopniu niewystarczającym zapoznała się z konstrukcją zadań na dobieranie, stąd problem z poprawnym zaznaczeniem odpowiedzi.

Z zamieszczonych w brudnopisie zapisów przedstawionych w przykładzie 19. możemy wnioskować, że uczeń przeprowadził obserwacje kilku iloczynów pięciu kolejnych liczb i na ich podstawie wybrał poprawną odpowiedź oraz jej uzasadnienie.

Przykład 19.

Zadanie 5. (0–1)
Czy iloczyn dowolnych pięciu kolejnych liczb całkowitych jest podzielny przez 10?
Wybierz odpowiedź A albo B i jej uzasadnienie spośród 1., 2. albo 3.

A.	Tak,	ponieważ wśród dowolnych pięciu kolejnych liczb całkowitych	1.	nie musi znajdować się liczba podzielna przez 10.
			2.	jest co najmniej jedna liczba nieparzysta i co najmniej jedna liczba parzysta.
B.	Nie,		3.	jest co najmniej jedna liczba podzielna przez 5 i co najmniej jedna liczba parzysta.

12345
1·2=2
2·3=6
6·4=24
24·5=120

23456
2·3=6
6·4=24
24·5=120
120·6=

1
120
· 6
720

34567
4
360
· 7
2520

3·4=12
12·5=60
60·6=360

W zadaniu 16. należało rozstrzygnąć, czy podział tabliczki czekolady między trójkę rodzeństwa na podane części jest możliwy, i uzasadnić swoją odpowiedź. Zadanie było dla zdających umiarkowanie trudne, poziom jego wykonania wyniósł 65% i jest najwyższy w grupie zadań otwartych. Prawie 61% ósmoklasistów uzyskało za rozwiązanie zadania maksymalną liczbę, czyli 2 punkty, 9% ukończyło zadanie na poziomie 1 punktu i ok. 30% z wynikiem 0 punktów. Rozwiązujący to zadanie stosowali bardzo urozmaicone sposoby podejścia do problemu, co zostanie zaprezentowane w dalszej części opracowania. Większość uczniów, którzy poprawnie zinterpretowali zadanie, doprowadziło rozwiązanie do końca, uzyskując maksymalną liczbę punktów. Przykłady 20., 21. i 22. zamieszczone poniżej pokazują najczęściej stosowane przez zdających sposoby rozwiązania zadania, czyli z zastosowaniem wyrażeń algebraicznych, arytmetyczny i graficzny.

Przykład 20.

x – masa całej tabliczki czekolady

$\frac{1}{2}x$ – masa czekolady przypadająca bratu

$\frac{5}{12}x$ – masa czekolady przypadająca siostrze

$\frac{1}{6}x$ – masa czekolady przypadająca Pawłowi

$\frac{1}{2}x + \frac{5}{12}x + \frac{1}{6}x = x \quad / \cdot 12$

$6x + 5x + 2x = 12x$

$13x = 12x$

$13x \neq 12x$

Odp. Podział tabliczki czekolady według pomysłu Pawła jest niemożliwy, gdyż całkowita masa tabliczki czekolady jest mniejsza niż suma mas poszczególnych części, które miały otrzymać ~~...~~ poszczególne osoby.

Przykład 21.

Paweł – $\frac{1}{6}$

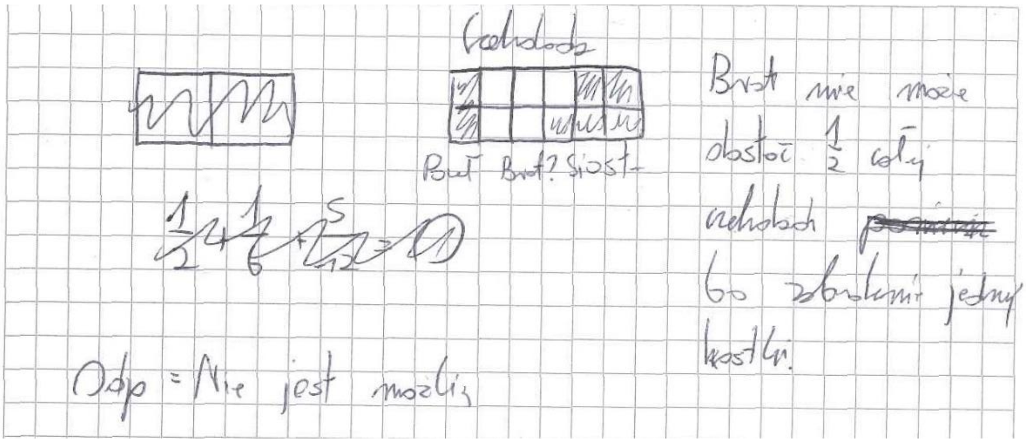
siostra – $\frac{5}{12}$

brat – $\frac{1}{2}$

$\frac{5}{12} + \frac{1}{6} + \frac{1}{2} = \frac{5}{12} + \frac{2}{12} + \frac{6}{12} = \frac{13}{12} = 1\frac{1}{12}$

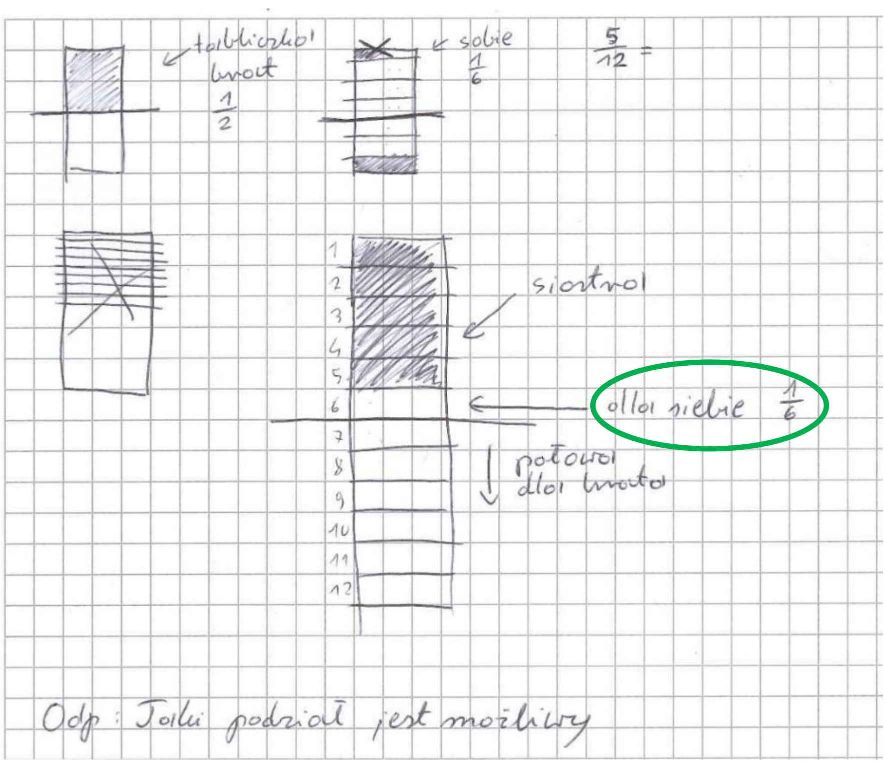
Odp. Taki podział nie jest możliwy, ponieważ jest za mało czekolady.

Przykład 22.



Błędna interpretacja treści zadania skutkowała uzyskaniem 0 punktów niezależnie od poprawności rachunkowej. W przykładzie 23. uczeń uznał, że pozostała część tabliczki czekolady po zaznaczeniu części zaplanowanych dla dwojga rodzeństwa, jest równa $\frac{1}{6}$, czyli tej przeznaczonej dla Pawła.

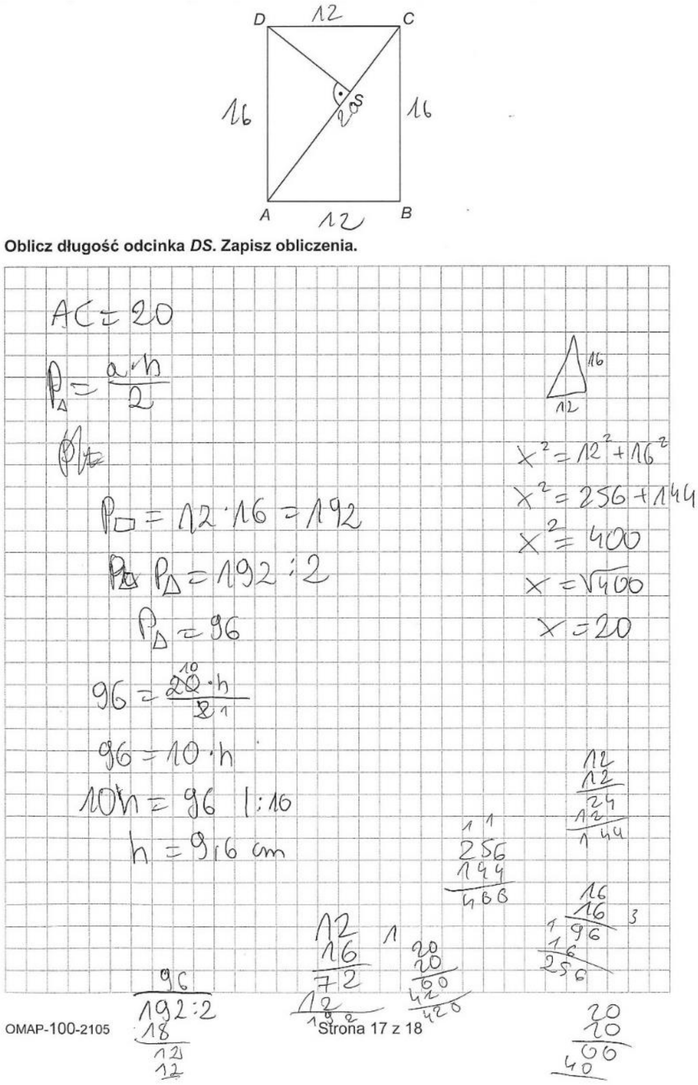
Przykład 23.



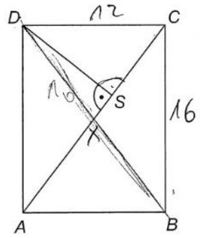
W zadaniu 19. należało wykorzystać informacje o długościach boków prostokąta do obliczenia wysokości trójkąta utworzonego przez boki prostokąta i jego przekątną. Do osiągnięcia sukcesu niezbędne było obliczenie długości przekątnej prostokąta z zastosowaniem twierdzenia Pitagorasa, a następnie porównanie wyrażenia opisującego pole trójkąta przy użyciu przyprostokątnych z wyrażeniem opisującym pole trójkąta przy użyciu przeciwprostokątnej i wysokości opuszczonej na nią. Bezbłędne wykonanie obliczeń zapewniało uzyskanie trzech punktów. Taki rezultat osiągnęło około 15% zdających. Prawie 37% egzaminowanych uzyskało za rozwiązanie zadania 1 punkt, to znaczy zastosowało poprawny sposób wyznaczenia długości przekątnej lub poprawny sposób wyznaczenia pola trójkąta. Nieliczna grupa, stanowiąca 3% wszystkich przystępujących do egzaminu, to zdający, których rozwiązanie zostało ocenione na 2 punkty. Sytuacja taka miała miejsce, gdy zastosowane sposoby były poprawne, ale w rozwiązaniu popełniono błędy rachunkowe, w tym zastosowano błędną jednostkę w wyniku końcowym. Największa grupa, bo prawie 46% przystępujących do egzaminu, nie uzyskała za rozwiązanie zadania żadnego punktu. Prawdopodobnie nie wynika to z braku znajomości twierdzenia Pitagorasa lub braku umiejętności obliczenia pola trójkąta (co było warunkiem uzyskania 1 punktu), ale raczej z braku pomysłu na rozwiązanie. Wykonanie pierwszego kroku wymagało umiejętności powiązania wysokości trójkąta z jego polem, co uzasadniało celowość obliczenia pola trójkąta oraz jego przeciwprostokątnej. Poziom wykonania tego zadania wyniósł 29%.

Przykłady 24. i 25. przedstawiają rozwiązania poprawne. Pierwszy z nich z wykorzystaniem zależności w trójkącie będącym połową prostokąta, a drugi – z zastosowaniem trójkąta utworzonego przez przekątne prostokąta i jeden z jego boków.

Przykład 24.



Przykład 25.



Oblicz długość odcinka *DS*. Zapisz obliczenia.

$AC^2 = 12^2 + 16^2 = 144 + 256 = 400$

$AC = \sqrt{400} = 20$

~~$DS^2 = 10^2 - 2^2 = 100 - 4 = 96$~~

~~$DS^2 = 12^2 - 8^2 = 144 - 64 = 80$~~

$DCA = \frac{12 \cdot 16}{4} = 12 \cdot 4 = 48$

$48 = \frac{10 \cdot x}{2} = 96$

$96 = 10 \cdot x$

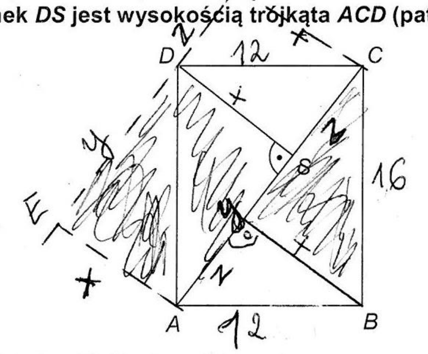
$x = 9{,}6\,cm$

Odp: Wysokość trójkąta ACD wynosi 9,6 cm

Wśród rozwiązań tego zadania zaobserwowano takie, w których zdający posługiwali się wiadomościami i umiejętnościami spoza podstawy programowej. W przykładzie 26. w celu obliczenia wysokości trójkąta uczeń zastosował przekształcenie prostokąta w inny prostokąt o takim samym polu, a w przykładzie 27. do obliczenia pola trójkąta posłużył się wzorem Herona. W przykładzie 27. daje się również zaobserwować dużą biegłość ucznia w stosowaniu własności działań na liczbach i obliczaniu pierwiastka liczby.

Przykład 26.

Zadanie 19. (0–3)
Dany jest prostokąt *ABCD* o wymiarach 12 cm i 16 cm. Odcinek *AC* jest przekątną tego prostokąta. Odcinek *DS* jest wysokością trójkąta *ACD* (patrz rysunek).



Oblicz długość odcinka *DS*. Zapisz obliczenia.

$|AC| = \sqrt{12^2+16^2} = \sqrt{144+256} = \sqrt{400} = 20\,cm$

$y + z = 20$

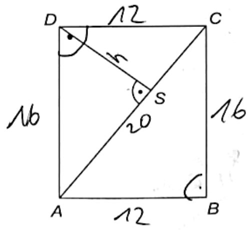
Odcinek „x" jest wysokością prostokąta ACFE, którego pole jest równe polu prostokąta ABCD ($192\,cm^2$).

Dlatego $192 : 20 = 9{,}6\,cm$

Odp. Długość odcinka DS wynosi 9,6 cm.

Przykład 27.

Zadanie 19. (0–3)
Dany jest prostokąt *ABCD* o wymiarach 12 cm i 16 cm. Odcinek *AC* jest przekątną tego prostokąta. Odcinek *DS* jest wysokością trójkąta *ACD* (patrz rysunek).



Oblicz długość odcinka *DS*. Zapisz obliczenia.

Δ Egipski $3 : 4 : 5 \ / \cdot 4$

$12 : 16 : 20 \Rightarrow |AC| = 20$

$p = \frac{a+b+c}{2}$ $\quad p = \frac{16+12+20}{2} = \frac{48}{2} = 24$

$P = \sqrt{p \cdot (p-a) \cdot (p-b) \cdot (p-c)}$

$P = \sqrt{24 \cdot (24-16) \cdot (24-12) \cdot (24-20)}$

$P = \sqrt{24 \cdot 8 \cdot 12 \cdot 4}$

$P = \sqrt{96 \cdot 96}$

$P = \sqrt{96^2}$

$P = 96$

$P = \frac{a \cdot h}{2}$

$96 = \frac{20 \cdot h}{2}$

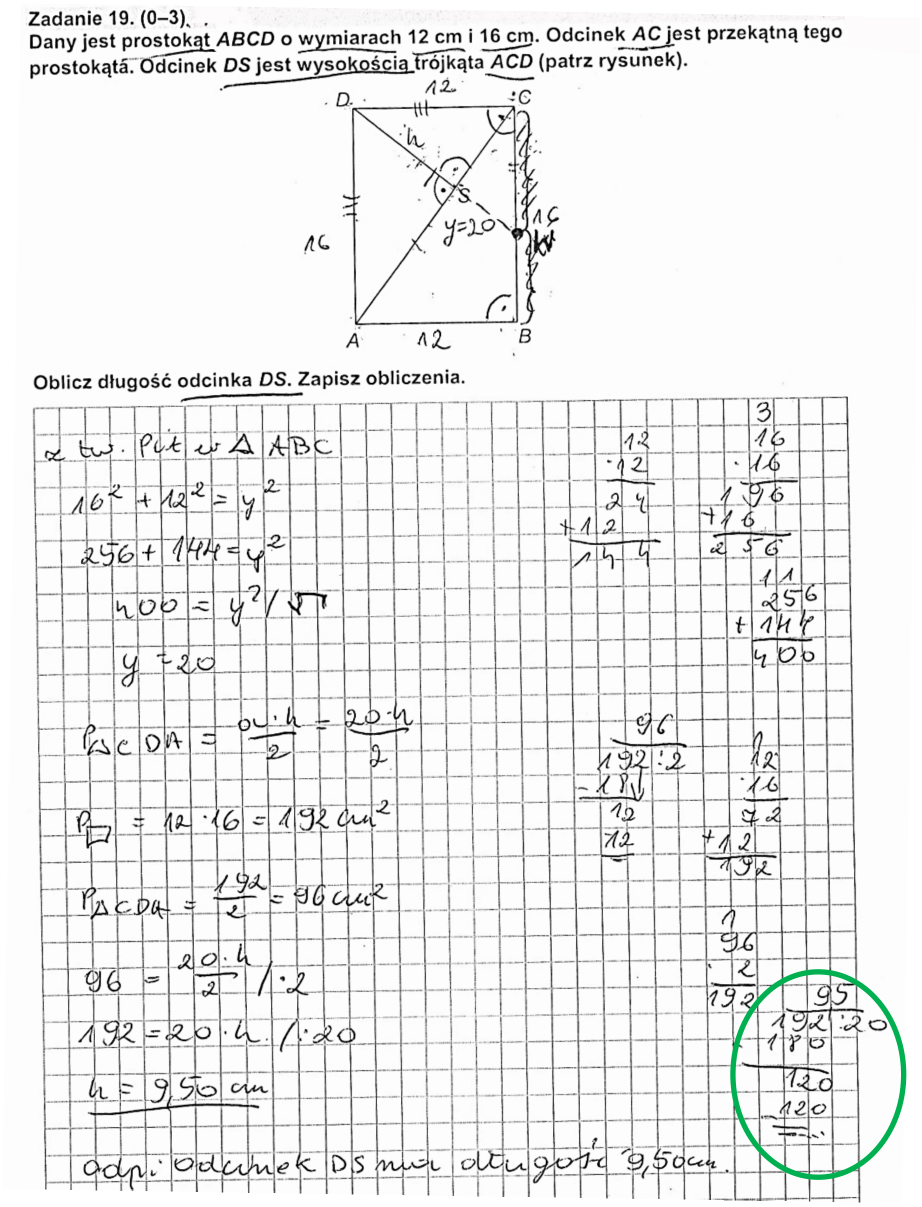
$96 = 10h \ / : 10$

$h = 9{,}6 \Rightarrow |DS|$

Odcinek DS jest równy 9,6 cm.

Uzyskanie maksymalnej liczby punktów za rozwiązanie tego zadania było dla uczniów trudne do osiągnięcia, ponieważ wiązało się z zastosowaniem poprawnych sposobów prowadzących do obliczenia długości odcinka i bezbłędnie wykonanymi obliczeniami. Zdający, którzy mieli pomysł na rozwiązanie, zazwyczaj doprowadzali je do końca, nie popełniając błędów rachunkowych. Mimo przyjaznych dla obliczeń danych liczbowych w zadaniu, nie wszystkim udało się bezbłędnie wykonać rachunki, co potwierdza przykład 28.

Przykład 28.



Kolejnym zaobserwowanym w rozwiązaniach problemem były błędy w przekształceniu wyrażeń prowadzących do obliczenia szukanej wysokości, co ilustruje przykład 29.

Przykład 29.

z twierdzenia pitagorasa obliczam AC:

$12^2+16^2=x^2$

$144+256=x^2$

$400=x^2 \quad /\sqrt{\ }$

$x=20$ cm

~~z twierdzenia pitagorasa obliczam~~ DS:

$P_{ABCD}=12\cdot16=192\ cm^2$

~~P/t~~ $P_{ACD}=192\ cm^2:2=96\ cm^2$

$P_\Delta=\frac{a\cdot h}{2}$; $\frac{20\cdot x}{2}=96 \quad /:2$

$20x=48 \quad /:20$

$x=2{,}4$ cm

Odp.: Długość odcinka DS wynosi 2,4 cm

Wykonane niepoprawnie obliczenia zazwyczaj powodują, że kolejne rachunki są trudne do wykonania i generują kolejne błędne przekształcenia, jak pokazano w przykładzie 30.

Przykład 30.

$|AC|=x$

$x^2=12^2+16^2$

$x^2=144+196$

$x^2=340$

$x=\sqrt{340}$

$2\sqrt{85}$ - przekątna

$196+144=340$

$340 : 2 = 170$, $170 : 2 = 85$, $85 : 5 = 17$, $17 : 17 = 1$

$y^2=16^2-$

$P_\Delta=12\cdot16:2=96$

$96=2\sqrt{85}\cdot h:2 \quad /\cdot2$

$192=2\sqrt{85}\cdot h \quad /:2\sqrt{85}$

$96\sqrt{85}=h$

$12\cdot16=72+120=192$

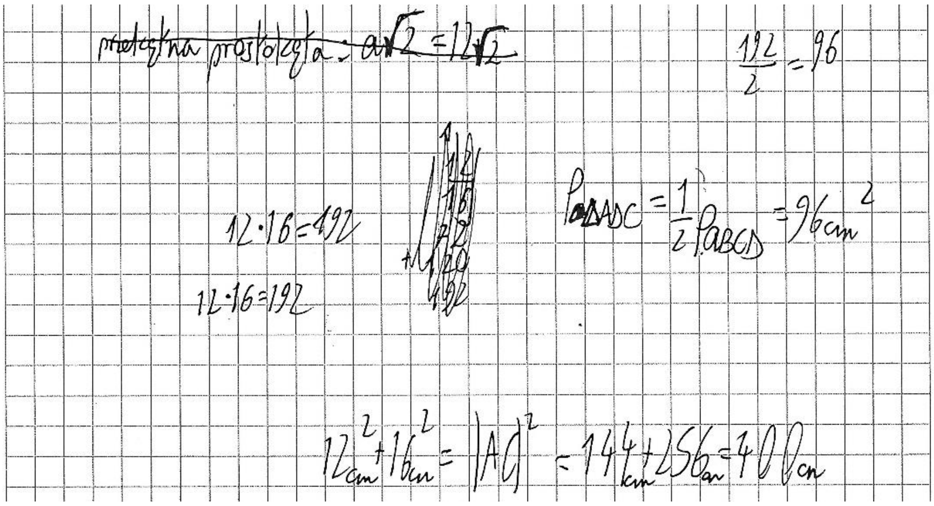
$96+96=192$

$192:2=96$

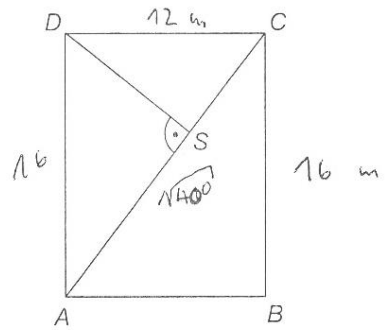
~~Odpow.~~ Odp.: Długość odcinka |DS| wynosi $96\sqrt{85}$ cm

Duża grupa zdających uzyskała za rozwiązanie tego zadania 1 punkt, co oznacza, że zakończyła rozwiązywanie zadania na przedstawieniu poprawnego sposobu obliczenia pola trójkąta będącego połową prostokąta lub poprawnego sposobu obliczenia długości przekątnej prostokąta. Przykłady 31. i 32. są ilustracją takich sytuacji.

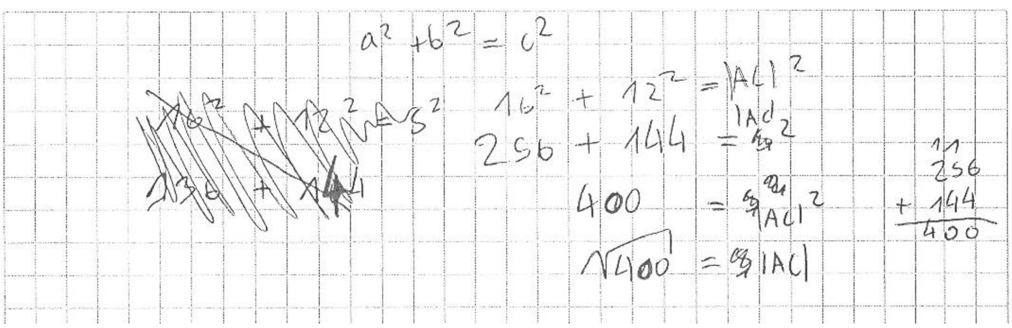
Przykład 31.



Przykład 32.



Oblicz długość odcinka *DS*. Zapisz obliczenia.



„Pod lupą”. *Kreatywność w rozwiązywaniu problemów matematycznych a sprawność rachunkowa*

Obserwowane sposoby rozwiązania zadań egzaminacyjnych są skarbnicą pomysłów na podejście uczniów do problemów matematycznych i świadczą o tym, że nauczyciele w swojej pracy nie ograniczają się do typowych rozwiązań, lecz uwzględniają także takie, które są przystępne dla uczniów. Dzięki temu większość zdających jest zmotywowana do podjęcia prób rozwiązania każdego z zadań. Zdarza się, że po nieudanej próbie rozwiązania jednym sposobem, uczeń podejmuje kolejną, niejednokrotnie zakończoną sukcesem.

Analizowane rozwiązania uczniowskie skłaniają do wniosku, że zadania egzaminacyjne w większości przypadków stwarzają uczniom okazję do stosowania różnorodnych strategii w celu ich rozwiązania. W sesji egzaminacyjnej 2021 roku kreatywność uczniów widoczna była w rozwiązaniach zadań otwartych, a szczególnie 16., 17. i 18.

W rozwiązywaniu zadań otwartych najważniejszym etapem jest matematyzacja ich treści, czyli pomysł na przełożenie podanych w zadaniu informacji na działania, wyrażenia, zależności prowadzące do rozwiązania problemu.

Dużą pomysłowością wykazali się ósmoklasiści w rozwiązywaniu zadania 16. Z pewnością wpłynął na to problem do rozstrzygnięcia bliski uczniom, tj. dzielenie czekolady między trójkę rodzeństwa.

Zadanie 16. (0–2)

Paweł powiedział, że podzieli tabliczkę czekolady w taki sposób, że bratu przypadnie $\frac{1}{2}$ całej tabliczki, siostrze $\frac{5}{12}$ całej tabliczki, a jemu $\frac{1}{6}$ całej tabliczki. Czy taki podział tabliczki czekolady jest możliwy? Uzasadnij swoją odpowiedź.

Wśród pomysłów znajdziemy takie, w których treść zadania przedstawiono w postaci działań na ułamkach, wyrażeń algebraicznych, równań, rysunku czy diagramu. Niejednokrotnie wykorzystywana była świadomość tego, że czekolada składa się z konkretnej liczby kostek, zatem rozstrzygnąć problem można było również przyjmując to za punkt wyjścia i obliczyć liczbę kostek przypadającą dla każdego z rodzeństwa. Przy bezbłędnie wykonanych obliczeniach nietrudno było w każdej z tych sytuacji sformułować poprawny wniosek, zatem uzyskać za rozwiązanie komplet, czyli 2 punkty. W przypadku rozwiązania, w którym były popełnione błędy rachunkowe oraz sformułowany wniosek adekwatny do uzyskanego wyniku, przyznawano 1 punkt.

W przykładach 33. i 34. przedstawiono rozwiązania oparte na działaniach na ułamkach, w którym rozwiązujący porównują części czekolady pozostałej po rozdzieleniu między dwójkę rodzeństwa z częścią zaplanowaną dla trzeciej osoby. W przykładzie 33. rozwiązujący posługuje się przy tym wyrażeniami algebraicznymi.

Przykład 33.

$1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ $\qquad \frac{1}{2} + \frac{5}{12} = \frac{6}{12} + \frac{5}{12} = \frac{11}{12}$

$\frac{1}{2} - \frac{5}{12} = \frac{6}{12} - \frac{5}{12} = \frac{1}{12}$

Taki podział czekolady nie będzie możliwy bo gdy brat i siostra dla $\frac{11}{12}$, to dla niego zostanie $\frac{1}{12}$, a nie $\frac{1}{2}$.

Przykład 34.

x - cała tabliczka

$\frac{1}{2}x \leftarrow$ czekolada dla ~~Brata P~~ brata Pawła

$x - \frac{1}{2}x = \frac{1}{2}x \leftarrow$ tyle zostanie dla Pawła i jego siostry

$\frac{5}{12} + \frac{1}{6} = \frac{5}{12} + \frac{2}{12} = \frac{7}{12}$

~~$\frac{7}{12}$~~ $\frac{7}{12}x \leftarrow$ tyle ma przypaść Pawłowi i jego siostrze

$\frac{7}{12}x > \frac{1}{2}x$

$\frac{7}{12}x > \frac{6}{12}x$

Odp: Taki podział tabliczki nie jest możliwy, ponieważ Pawłowi i jego siostrze ma przypaść więcej niż im zostanie.

W przykładzie 35. przedstawiono rozwiązanie, w którym zdający przyjął, że czekolada składa się z konkretnej liczby kostek, sprawdził wszystkie warunki zadania i sformułował wniosek.

Przykład 35.

uważajmy, że tabliczka ma 24 kawałki

$\frac{1}{2} = 12$ kawałków

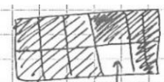
$\frac{5}{12} = 10$ kawałków $= 26$ kawałków

$\frac{1}{6} = 4$ kawałki

Odp: Taki podział tabliczki czekolady jest niemożliwy, ponieważ tabliczka ma 24 kawałki a taki układ wyniósł by 26 kawałków.

Wśród rozwiązań zaobserwowano również sposoby graficzne, jak pokazują przykłady 36. i 37. Czasami te sposoby wsparte były obliczeniami, jak w przykładzie 37.

Przykład 36.



← cała tabliczka

$\frac{1}{2} = \frac{6}{12}$

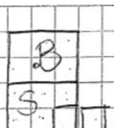
$\frac{5}{12}$

zostaje 1 kostka, a my potrzebujemy $\frac{1}{6} = \frac{2}{12}$, czyli 2 kostki

Odp.: Taki podział jest niemożliwy, ponieważ ~~liczba~~ ilość kostek „obiecanych” jest zbyt duża.

Przykład 37.

tabliczka = x



$x \cdot \frac{1}{2} = \frac{6}{12}$

$x \cdot \frac{5}{12}$

$x \cdot \frac{1}{6} = \frac{2}{12}$

$\frac{6}{12} + \frac{5}{12} + \frac{2}{12} = \frac{11}{12} + \frac{2}{12} = \cancel{\frac{13}{16}}\ \frac{13}{12} = 1\frac{1}{12}$

~~Odp: Nie ponieważ pozostanie zabraknie~~

Odp: Nie, ponieważ zabraknie mu jednej kostki

Jednym z często stosowanych pomysłów na rozwiązanie zadania było sumowanie części czekolady przeznaczonych dla każdego z rodzeństwa i porównywanie wyniku z całą czekoladą w celu sformułowania wniosku. Taką sytuację przedstawiono w przykładzie 38.

Przykład 38.

Paweł $-\ \frac{1}{6}$

siostra $-\ \frac{5}{12}$

brat $-\ \frac{1}{2}$

$$\frac{5}{12}+\frac{1}{6}+\frac{1}{2}=\frac{5}{12}+\frac{2}{12}+\frac{6}{12}=\frac{13}{12}=1\frac{1}{12}$$

Odp. Taki podział nie jest możliwy, ponieważ jest za mało czekolady.

Zdarzało się, że uczniowie po poprawnym przedstawieniu rozumowania zapominali zinterpretować uzyskany rezultat. W przykładzie 39. brak odpowiedzi spowodował stratę jednego punktu.

Przykład 39.

Brat $-\ \frac{1}{2}x$

Siostra $-\ \frac{5}{12}x$

Paweł $-\ \frac{1}{6}x$

x – cała tabliczka

$\frac{1}{6}=\frac{2}{12}$

$$\frac{1}{2}x+\frac{5}{12}x+\frac{1}{6}x \cancel{x}$$

$$\frac{6}{12}x+\frac{5}{12}x+\frac{2}{12}x$$

$$\frac{13}{12}x \neq x$$

$$1\frac{1}{12}x \neq x$$

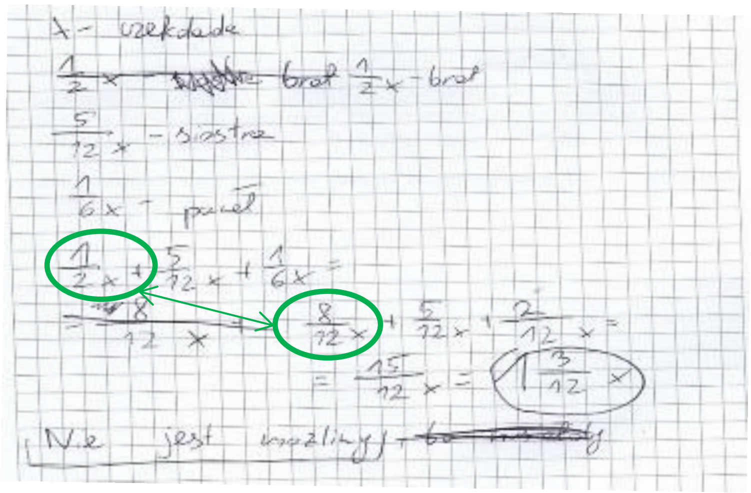
Przykłady 40. i 41. przedstawiają rozwiązania ocenione na jeden punkt z powodu błędów rachunkowych, w pierwszym z nich popełniony przy wyłączaniu całości, w drugim – przy sprowadzaniu ułamków do wspólnego mianownika.

Przykład 40.

$$\frac{1}{2}+\frac{5}{12}+\frac{1}{6}=\frac{3}{6}+\frac{2{,}5}{6}+\frac{1}{6}=\frac{6{,}5}{6}=1{,}5$$

Odp. Taki podział tabliczki czekolady jest niemożliwy, ponieważ po dodaniu jest to ponad jedna tabliczka czekolady.

Przykład 41.



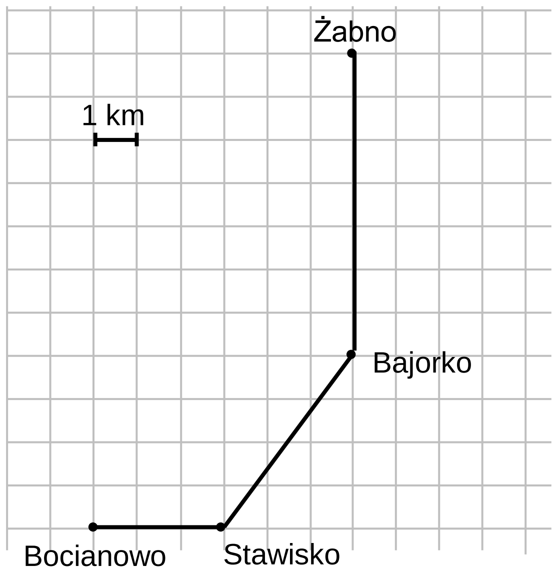
Drugim z zadań otwartych było zadanie 17. Należało w nim ustalić godzinę przyjazdu na spotkanie przy uwzględnieniu podanych informacji dotyczących trasy przejazdu i prędkości.

Zadanie 17. (0–3)

Adam mieszka w miejscowości Bocianowo, a jego kolega Bartek – w miejscowości Żabno. Adam umówił się z Bartkiem w Żabnie na godzinę 18:00. Wyjechał z Bocianowa na skuterze o godzinie 17:20. Średnia prędkość jazdy Adama była równa 25 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$.

Na kwadratowej siatce Adam przedstawił schemat trasy, którą jechał.

O której godzinie Adam dotarł na spotkanie z Bartkiem? Zapisz obliczenia.



Rysunek zamieszczony jako integralna część zadania zachęcał do pojęcia próby jego rozwiązania również tych zdających, którzy mieli problem z obliczeniem odcinka drogi ze Stawiska do Bajorka. Takie sytuacje miały odzwierciedlenie w uwagach do zasad oceniania. Istotnym momentem rozwiązania tego zadania było ustalenie czasu przejazdu całej trasy przy podanej prędkości. W przypadku gdy uczeń nie popełnił błędów rachunkowych i podał godzinę przyjazdu do Żabna, otrzymywał za rozwiązanie 3 punkty. Jeśli popełnił błędy rachunkowe lub w rozwiązaniu skorzystał z oszacowanej drogi, to maksymalnie mógł otrzymać 2 punkty. Przykłady poprawnego rozwiązania zaprezentowano poniżej.

W przykładzie 42. uczeń do obliczenia czasu przejazdu drogi z Bocianowa do Żabna wykorzystuje wzór na prędkość $v = \frac{s}{t}$.

Przykład 42.

17:20 →

Dane:
$t = x$
$s = 15\ km$
$v = 25 \frac{km}{h}$

$v = \frac{s}{t} \; | \cdot t$

$v \cdot t = s \; | : v$

$t = \frac{s}{v}$

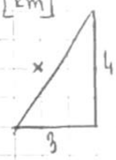
$t = \frac{15\ km}{25 \frac{km}{h}} = \frac{15}{25} \left[km : \frac{km}{h} = km \cdot \frac{h}{km} = h \right]$

$t = \frac{3}{5} h$

$\frac{3}{5} h = \frac{3}{5} \cdot 60\ min = 36\ min$

$17{:}20 \xrightarrow{+36\ min} 17{:}56$

$s = 3 + 7 + 5 = 15 [km]$



$4^2 + 3^2 = x^2$

$16 + 9 = x^2$

$25 = x^2$

$x = \sqrt{25}$

$x = 5$

Odp: Adam dotarł na spotkanie z Bartkiem o 17:56.

W przykładzie 43. zdający obliczył czasy przejazdu każdego z etapów drogi, a następnie łączny czas oraz podał godzinę przyjazdu na spotkanie.

Przykład 43.

$v = 25 \frac{km}{h}$

$s = 7\ km$ – 1 dystans

$t = ?$

$t = \frac{s}{v}$

$t = \frac{7}{25}\ h$

$s = 5\ km$ – 2 dystans

$t = \frac{5}{25}\ h$

$t = \frac{3}{25}\ h$

$\frac{7}{25} + \frac{5}{25} + \frac{3}{25} = \frac{15}{25} h = \frac{36}{60} min$

$17{:}20 \xrightarrow{36\ min} 17{:}56$

Odp. Adam dotarł na spotkanie o 17:56

$a^2 + b^2 = c^2$

$\cancel{3\ km^2 + 4\ km}$

$3^2 + 4^2 = c^2$

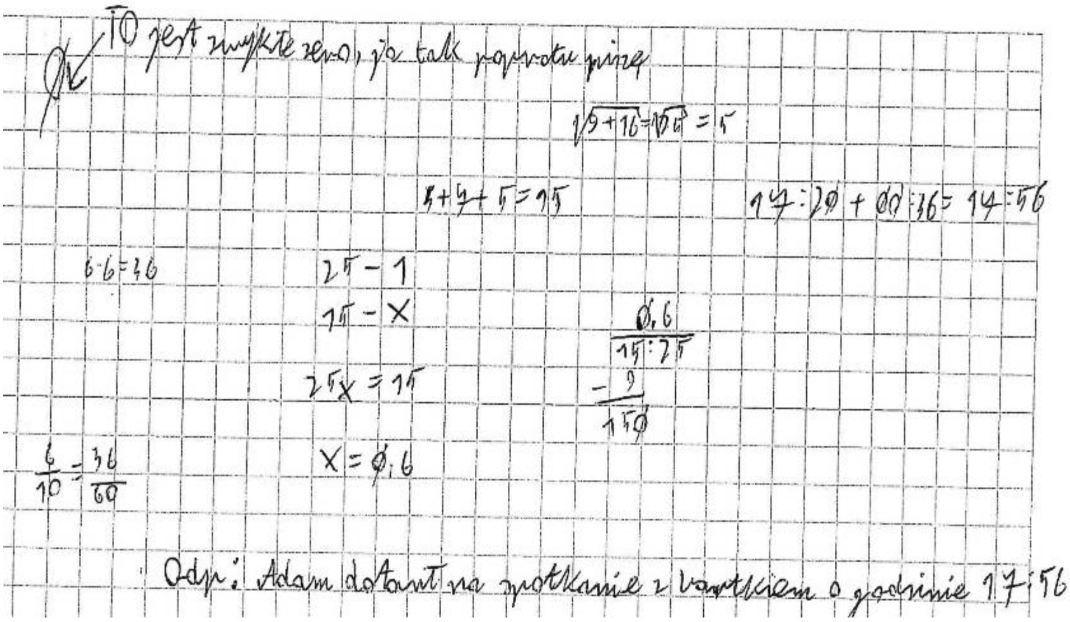
$9 + 16 = c^2$

$25 = c^2$

$5 = c$

Przykłady 44. i 45. prezentują sposoby rozwiązania problemu z wykorzystaniem własności, że przy stałej prędkości droga i czas są wielkościami wprost proporcjonalnymi.

Przykład 44.


10 jest zwykłe zero, już tak poprostu piszę

$\sqrt{9+16}=\sqrt{25}=5$

$3+7+5=15$

$17:20+00:36=17:56$

$6\cdot6=36$

$25 - 1$

$15 - x$

$25x=15$

$x=0,6$

$15:25=0,6$

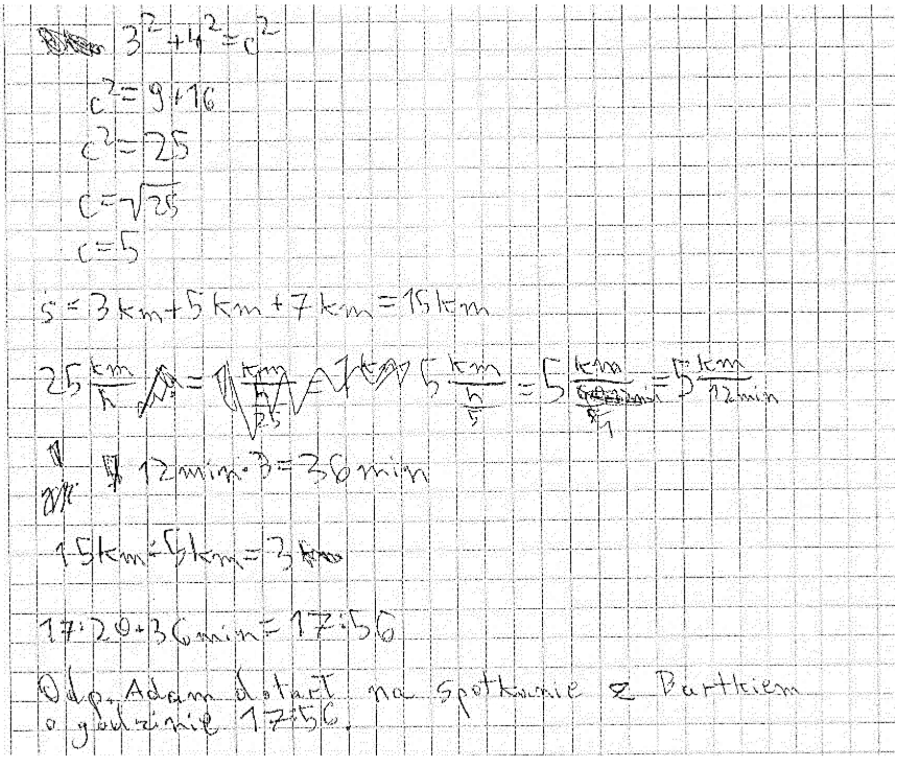
-0

150

$\frac{6}{10}=\frac{36}{60}$

Odp: Adam dotarł na spotkanie z Bartkiem o godzinie 17:56

Przykład 45.


$3^2+4^2=c^2$

$c^2=9+16$

$c^2=25$

$c=\sqrt{25}$

$c=5$

$s=3km+5km+7km=15km$

$25\frac{km}{h} = 5\frac{km}{\frac{h}{5}} = 5\frac{km}{12min}$

$12min\cdot3=36min$

$15km:5km=3$

$17:20+36min=17:56$

Odp. Adam dotarł na spotkanie z Bartkiem o godzinie 17:56.

Przykład 46. pokazuje jeszcze inny pomysł na rozwiązanie zadania z zastosowaniem wielkości wprost proporcjonalnych. Uczeń sprawdza, przez ile musiałby podzielić 25 km, aby otrzymać obliczoną długość całej drogi 15 km ($1\frac{2}{3}$). Następnie 60 minut dzieli przez $1\frac{2}{3}$, otrzymując czas przejazdu.

Przykład 46.

$3 + x + 7 = 3+5+7 = 15$ km

$x^2 = 4^2 + 3^2$

$x^2 = 16+9 \quad /\sqrt{}$

$x = \sqrt{25}$

$x = 5$

$25:15 = \frac{25}{1} : \frac{15}{1} = \frac{25}{1} \cdot \frac{1}{15} = \frac{25}{15} = 1\frac{2}{3}$

$60 : 1\frac{2}{3} = \frac{60}{1} : \frac{5}{3} = \frac{60}{1} \cdot \frac{3}{5} = \frac{180}{5} = \frac{36}{1} = 36$

$20+36=56$

Odp.: Adam dotarł o godzinie 17:56.

Niezależnie od sposobu rozwiązania, ostatnim etapem było ustalenie czasu przejazdu w minutach i podanie godziny przyjazdu do Żabna. Część zdających (przykład 47.) nie poradziła sobie z zamianą na minuty czasu przejazdu obliczonego w godzinach.

Przykład 47.

Zadanie 17. (0–3)
Adam mieszka w miejscowości Bocianowo, a jego kolega Bartek – w miejscowości Żabno. Adam umówił się z Bartkiem w Żabnie na godzinę 18:00. Wyjechał z Bocianowa na skuterze o godzinie 17:20. Średnia prędkość jazdy Adama była równa 25 $\frac{km}{h}$.
Na kwadratowej siatce Adam przedstawił schemat trasy, którą jechał.
O której godzinie Adam dotarł na spotkanie z Bartkiem? Zapisz obliczenia.

$t = s/v$

$s = 3km + 5km + 7km = 15km$

$t = \frac{15km}{25\frac{km}{h}} = 0{,}6h$

$0{,}6h = 10min$

~~600:~~

$17:20 + 10\,min = 17:30$

Odp: Adam dotarł na spotkanie o 17:30.

$3^2 + 4^2 = c^2$

$9 + 16 = c^2$

$25 = c^2$

$5 = c$

$15:25 = 0{,}6$

$600:6 = 100$

Wśród zdających byli i tacy, którzy nie potrafili obliczyć długości odcinka drogi ze Stawiska do Bajorka, ale nie zrezygnowali z próby rozwiązania zadania. Dla tych uczniów wyjściem z sytuacji było szacowanie długości drugiego etapu trasy. Taki sposób rozwiązania problemu ilustrują przykłady 48. i 49., w których uczniowie oszacowali długość drogi łączącej Stawisko z Bajorkiem odpowiednio na 6 km i 4 km.

Przykład 48.

$V = 25 \frac{km}{h}$

$S = 3 + 7 + 6 = 16$ km

$t = ?$

$16 : 25 = 0{,}64$ godz.

$$\begin{array}{r} 0{,}64 \\ \hline 16{,}0 : 25 \\ -15\,0 \\ \hline 1\,00 \\ -1\,00 \\ \hline 0 \end{array}$$

$0{,}64$ godz $= 0{,}5$ godz. $+ 0{,}14$ godz $=$

$= 30$ min. $+ 0{,}14$ godz $= 30$ min. $+ 0{,}1$ godz $+ 0{,}04$ godz. $=$

$= 30$ min. $+ 6$ min $+ 0{,}04$ godz $= 36$ min $+$

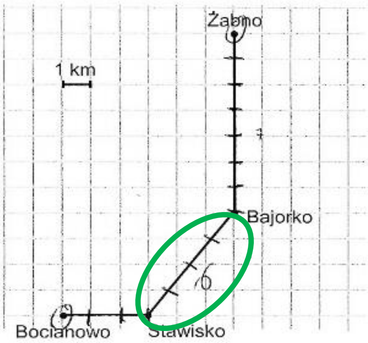
$+ 2{,}4$ min $= 38{,}4$ min $= 38$ min 24 sek

$t = 38$ min 24 sek

Odp: dotart tam o godz. 17 : 58

Przykład 49.

Adam mieszka w miejscowości Bocianowo, a jego kolega Bartek – w miejscowości Żabno. Adam umówił się z Bartkiem w Żabnie na godzinę 18:00. Wyjechał z Bocianowa na skuterze o godzinie 17:20. Średnia prędkość jazdy Adama była równa 25 $\frac{km}{h}$.
Na kwadratowej siatce Adam przedstawił schemat trasy, którą jechał.
O której godzinie Adam dotarł na spotkanie z Bartkiem? Zapisz obliczenia.



14

11

17:20 → $25\frac{km}{h}$ → 18:00

cała trasa = 14 km

5 :
25 km – 1 h = 60 min
14 km – 2
~~[illegible]~~
~~[illegible]~~
: 5

5 km – 12 min
10 km – 24 min
1 km – 2,4 min
14 km – 33,6 min

$20\,min + 33{,}6\,min = 53\frac{6}{10}\,min =$ $\quad \frac{6}{10} = \frac{36}{60}$

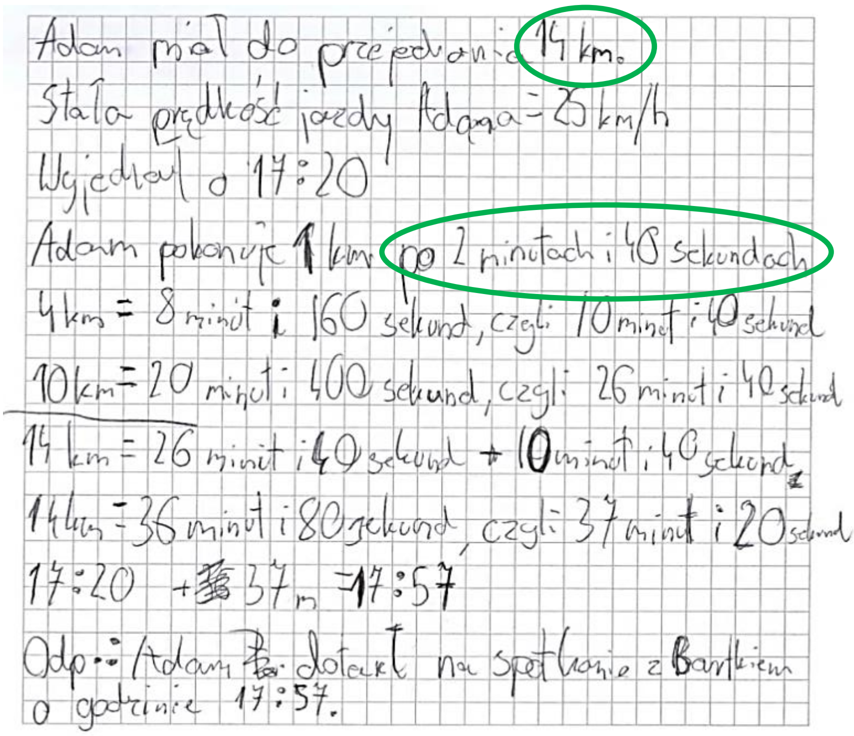
53 min, 36 min

Odp.: Adam dotarł na spotkanie z Bartkiem o 17:53:36 sekund

Przy oszacowaniu długości całej trasy i doprowadzeniu rozwiązania do końca z zastosowaniem poprawnego sposobu obliczenia czasu przejazdu tej trasy można było uzyskać 2 punkty, tak jak w przykładach 48. i 49.

Popełnienie błędów rachunkowych powodowało zmniejszenie liczby punktów o połowę, co ilustruje przykład 50.

Przykład 50.


Adam miał do przejechania 14 km.
Stała prędkość jazdy Adama = 25 km/h
Wyjechał o 17:20
Adam pokonuje 1 km po 2 minutach i 40 sekundach
4 km = 8 minut i 160 sekund, czyli 10 minut i 40 sekund
10 km = 20 minut i 400 sekund, czyli 26 minut i 40 sekund
14 km = 26 minut i 40 sekund + 10 minut i 40 sekund
14 km = 36 minut i 80 sekund, czyli 37 minut i 20 sekund
17:20 + 37 m = 17:57
Odp.: Adam ~~P~~ dotarł na spotkanie z Bartkiem o godzinie 17:57.

Zadanie 18. sprawdzało problem umieszczony w kontekście praktycznym, bliskim uczniom, a dotyczący zakupów.

Zadanie 18. (0–2)
Ania chciała kupić 10 jednakowych puszek karmy dla psa, ale zabrakło jej 11 złotych. Kupiła 6 takich puszek karmy i zostało jej 3,40 złotych. Ile kosztuje jedna puszka karmy? Zapisz obliczenia.

Za rozwiązanie zadania można było otrzymać maksymalnie 2 punkty. Uczniowie do ustalenia ceny jednej puszki karmy wykorzystywali różne sposoby od arytmetycznego, poprzez algebraiczny aż do metody prób i błędów. Przy każdej z tych metod najważniejsza była interpretacja informacji dotyczącej kosztu zakupu sześciu i dziesięciu puszek karmy.

W przykładach 51. i 52. przedstawiono pełne rozwiązania z zastosowaniem wyrażeń arytmetycznych prowadzących do obliczenia ceny puszki karmy.

Przykład 51.

10:6 = 4

11+3,40=14,40

3,60
14,40:4
12
24

1 puszka 3,60zł

Odp.: Jedna puszka kosztuje 3,60zł

W przykładzie 52. zwraca uwagę sposób radzenia sobie zdającego z dzieleniem liczby 14,40 przez 4.

Przykład 52.

10 puszek

6 puszek

zabrakło 11zł do 10 puszek

starczyło 6 puszek plus reszta 3,40zł

11zł + 3,40 zł = 14,40

14,40 = 4 puszki

14,40 = 4 puszki

(10g)

3,5
14:4
-12
20

3,50+ 10g =3,60

W rozwiązywaniu tego zadania uczniowie chętnie korzystali z równań. Przy takim sposobie rozwiązania warunkiem koniecznym uzyskania pierwszego punktu było zapisanie poprawnego równania ilustrującego treść zadania. Przykład 53. ilustruje pełne rozwiązanie z zastosowaniem równania.

Przykład 53.

x – Jedna puszka karmy

$10x - 6x = 4x$

$4x - 3{,}40 = 11 \quad /+3{,}40$

$4x = 14{,}40$ zł $/:4$

$x = 3{,}60$ zł

$$\begin{array}{l} \underline{3{,}60} \\ 1440 : 4 \\ \underline{-12} \\ 24 \\ \underline{-24} \\ =00 \end{array}$$

Odp: Jedna puszka karmy kosztuje 3,60 zł.

Sposoby zapisu treści zadania są różnorodne i świadczą o kreatywności zdających, jak pokazuje przykład 54. Wydatki poniesione na zakup sześciu i dziesięciu puszek karmy uczeń interpretuje jako liczby ujemne. W ten sposób pokazuje, że na zakup 4 puszek musi wydać 14,40 zł., a co za tym idzie jedna puszka kosztuje 3,60.

Przykład 54.

k – puszka psiej karmy

x – ilość pieniędzy Ani

$10k = -x - 11$

$6k = -x + 3{,}4$

$10k - 6k = -x - 11 - (-x + 3{,}4)$

$4k = -x - 11 + x - 3{,}4$

$4k = -14{,}4$

kupując 4 puszki karmy wydajemy 14,40 zł.

4k — 14,40 zł

1k — y

$y = \frac{1 \cdot 14{,}40}{4} = \frac{14{,}40}{4} = 3{,}60$ (zł)

$$\begin{array}{l} \underline{36} \\ 144 : 4 \\ \underline{-12} \\ 24 \\ \underline{-24} \\ 0 \end{array}$$

Odp: Jedna puszka karmy kosztuje 3,60 zł.

Wśród ósmoklasistów byli tacy, którzy wykazali się umiejętnością rozwiązywania zadań tekstowych z zastosowaniem układów równań, wykraczającą poza podstawę programową (przykłady 55. i 56.).

Przykład 55.

x – liczba pieniędzy Ani
y – cena karmy

$$\begin{cases} 10y = x + 11 \\ 6y = x - 3{,}4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 10y - 11 = x \\ 6y = 10y - 11 - 3{,}4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 10y - 11 = x \\ 6y = 10y - 14{,}4 \text{ zł} \quad / -10y \end{cases}$$

$$\begin{cases} 10y - 11 = x \\ -4y = -14{,}4 \text{ zł} \end{cases} \qquad \begin{cases} 10y - 11 = x \\ 4y = 14{,}4 \text{ zł} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 10y - 11 = x \\ y = 3{,}6 \text{ zł} \end{cases} \qquad \begin{cases} 36 - 11 = x \\ y = 3{,}6 \text{ zł} \end{cases} \qquad \begin{cases} x = 25 \\ \underline{y = 3{,}6} \end{cases}$$

$14{,}4 : 4 = 3{,}6$

$3{,}6 \cdot 6 = 21{,}6$

Jedna puszka karmy kosztuje 3,60 zł.

Przykład 56.

x = cena jednej puszki   y = pieniądze Ani

$10x = y + 11 \text{ zł}$

$6x = y - 3{,}40 \text{ zł}$

$10x - 6x = (y + 11) - (y - 3{,}40)$

$4x = y + 11 \text{ zł} - y + 3{,}40 \text{ zł}$

$4x = 14{,}40 \text{ zł} \quad | : 4$

$x = 3{,}60 \text{ zł}$

Bardzo ciekawym i wymagającym wyższej sprawności matematycznej jest rozwiązanie prezentowane w przykładzie 57. Uczeń świadomie, poprzez kolejne przekształcenia, dąży do uzyskania informacji na temat kosztu zakupu siedmiu puszek karmy. Porównując informacje dotyczące kosztu zakupu sześciu i siedmiu puszek, wnioskuje o cenie jednej puszki.

Przykład 57.

p – puszki x – kwota którą dysponuje A

$10p = x + 11$

$6p = x - 3,4$

$10p + 6p = x + 11 + x - 3,4 \quad | : 2$

$8p = (2x + 7,6) : 2$

$8p = x + 3,8$

$(8p + 6p) : 2 = (x + 3,8 + x - 3,4) : 2$

$7p = x + 0,2$

6p – zostało 3,40

7p – zabrakło 0,20

cena 1 puszki $3,40 + 0,20 = 3,60$ zł

Odp: Jedna puszka kosztuje 3,60 zł.

W przykładzie 58. uczeń wykorzystuje znaną sobie własność wielkości wprost proporcjonalnych, zapisuje poprawne równanie i rozwiązuje je, otrzymując kwotę posiadaną przez Anię, co pozwala na wyznaczenie szukanej ceny.

Przykład 58.

$x + 11$ = 10 puszek

$x - 3,40$ = 6 puszek

x – ilość pieniędzy Ani

$6x + 66 = 10x - 34$

$66 + 34 = 10x - 6x$

$100 = 4x \quad | : 4$

$25 = x$

3,6 – 1 puszka

25 zł + 11 zł = 36 zł

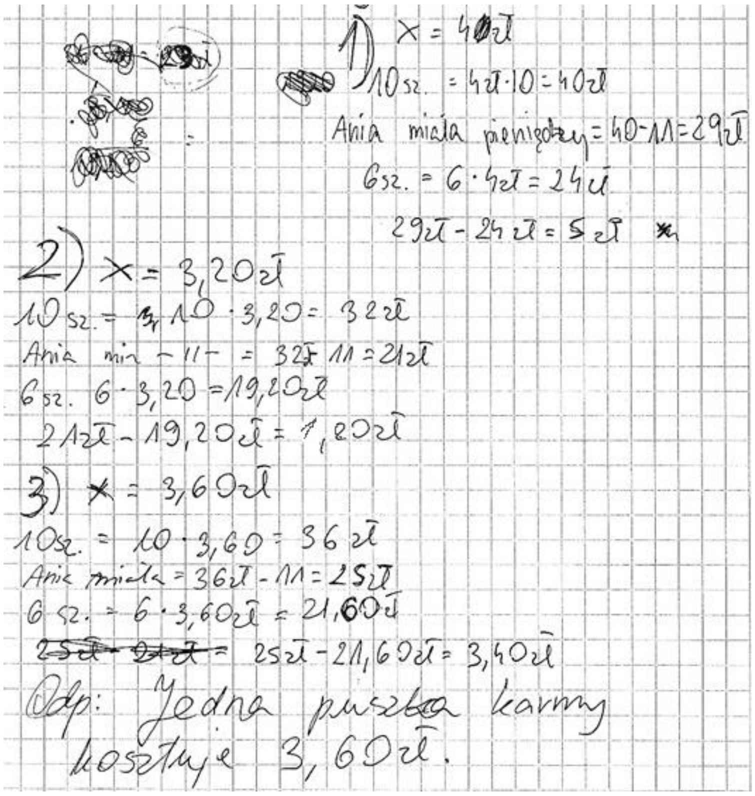
:10 (36 zł – 10 puszek

3,60 zł – 1 puszka) :10

ODP: Jedna puszka tej karmy kosztuje 3,60 zł

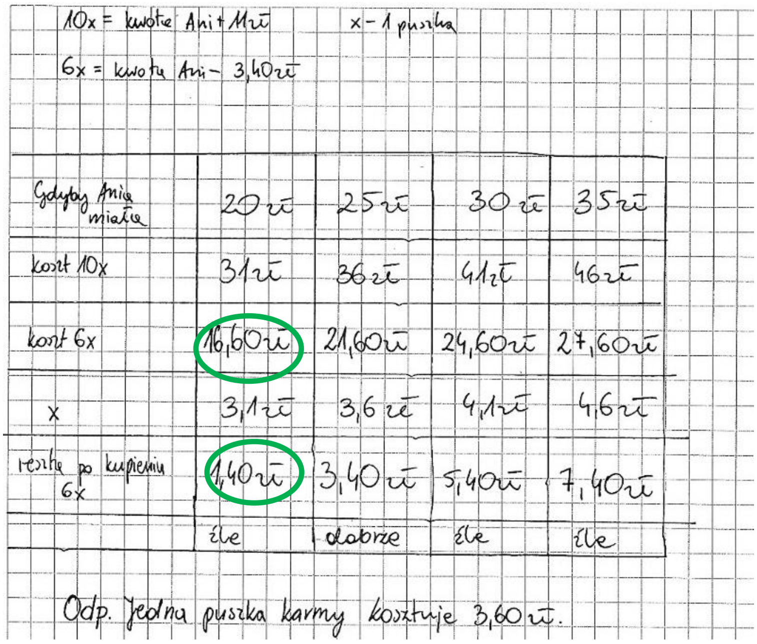
Ostatnią z omawianych metod, którą stosowali ósmoklasiści, jest metoda prób i błędów. Wymagała ona od ucznia sprawdzenia wszystkich warunków zadania dla co najmniej dwóch różnych cen jednej puszki karmy jak zaprezentowano w przykładzie 59. lub co najmniej dwóch różnych kwot posiadanych przez Anię, co przedstawia przykład 60.

Przykład 59.


1) x = 4 zł
10 sz. = 4 zł · 10 = 40 zł
Ania miała pieniędzy = 40 − 11 = 29 zł
6 sz. = 6 · 4 zł = 24 zł
29 zł − 24 zł = 5 zł
2) x = 3,20 zł
10 sz. = 10 · 3,20 = 32 zł
Ania mia − 11 − = 32 zł 11 = 21 zł
6 sz. 6 · 3,20 = 19,20 zł
21 zł − 19,20 zł = 1,80 zł
3) x = 3,60 zł
10 sz. = 10 · 3,60 = 36 zł
Ania miała = 36 zł − 11 = 25 zł
6 sz. = 6 · 3,60 zł = 21,60 zł
~~25 zł − 21 zł~~ = 25 zł − 21,60 zł = 3,40 zł
Odp: Jedna puszka karmy kosztuje 3,60 zł.

Metoda prób i błędów wymagała od ucznia wielu rachunków i mogła generować błędy rachunkowe, tak jak w przykładzie 60.

Przykład 60.

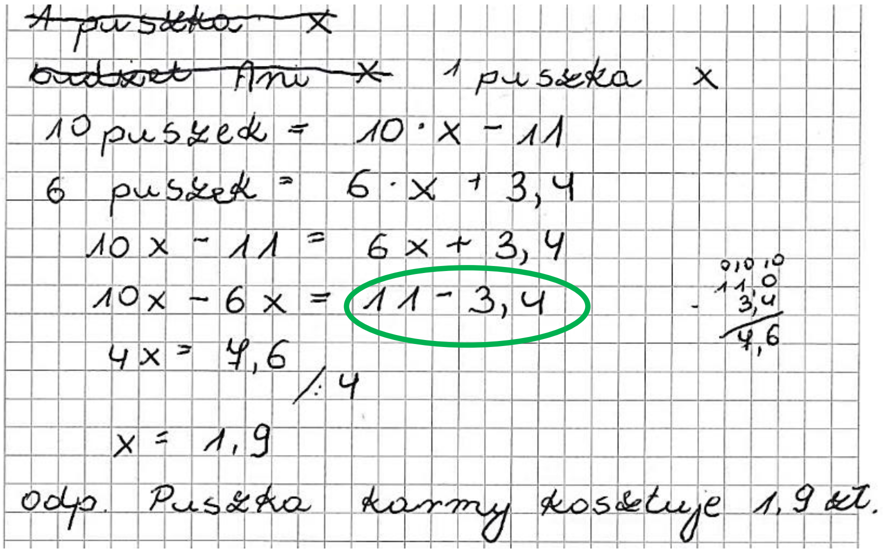

10x = kwota Ani + 11 zł   x − 1 puszka
6x = kwota Ani − 3,40 zł

Gdyby Ania miała	20 zł	25 zł	30 zł	35 zł
koszt 10x	31 zł	36 zł	41 zł	46 zł
koszt 6x	16,60 zł	21,60 zł	24,60 zł	27,60 zł
x	3,1 zł	3,6 zł	4,1 zł	4,6 zł
reszta po kupieniu 6x	1,40 zł	3,40 zł	5,40 zł	7,40 zł
	źle	dobrze	źle	źle

Odp. Jedna puszka karmy kosztuje 3,60 zł.

Błędy rachunkowe, do których zaliczano błędy w przekształcaniu równania, były powodem straty połowy punktów możliwych do zdobycia. Przykład 61. prezentuje taki właśnie rodzaj błędu.

Przykład 61.



~~1 puszka x~~

~~budżet Ani x~~ 1 puszka x

10 puszek = $10 \cdot x - 11$

6 puszek = $6 \cdot x + 3,4$

$10x - 11 = 6x + 3,4$

$10x - 6x = 11 - 3,4$

$4x = 4,6 \quad / : 4$

$x = 1,9$

$11,0 - 3,4 = 4,6$

odp. Puszka karmy kosztuje 1,9 zł.

Wnioski i rekomendacje

Zadania egzaminacyjne, szczególnie te, które osadzone są w kontekście praktycznym, można zazwyczaj rozwiązać różnymi sposobami. Wyposażenie uczniów w zróżnicowane sposoby podejścia do problemu daje szanse na to, że większość z nich znajdzie dla siebie odpowiedni i zastosuje go podczas rozwiązywania zadań.

Operowanie wyrażeniami, rozwiązywanie równań, a zwłaszcza samodzielne ich układanie, zgodnie z podanymi warunkami zadania, stanowi nie lada wyzwanie dla większości uczniów kończących szkołę podstawową. O ile można wyćwiczyć przekształcanie wyrażeń i rozwiązywanie równań, o tyle interpretacja treści zadania jest czynnością twórczą każdego rozwiązującego, ponieważ zadania egzaminacyjne są niepowtarzalne.

Jak pokazują przytoczone w opracowaniu przykłady rozwiązań zadań otwartych, uczniowie wykazują się dużą pomysłowością i prezentują różnorodne podejścia do problemu. Są jednak uczniowie, którzy nie poradzili sobie z zadaniami egzaminacyjnymi. Zarówno brak podjęcia próby rozwiązania, jak i błędna interpretacja treści zadania skutkowały uzyskaniem 0 punktów. Niepodejmowanie rozwiązania zadania może być związane z niską motywacją lub brakiem narzędzi – gdy zawiedzie jeden sposób, uczeń rezygnuje z dalszych prób.

W osiągnięciu sukcesu w postaci pełnego rozwiązania przeszkodą były błędy rachunkowe. W zadaniach 2-punktowych brak poprawności rachunkowej powodował utratę połowy puli punktów. Generalnie, jeśli w rozwiązaniu zadania otwartego zostały popełnione błędy rachunkowe, to niemożliwym było uzyskanie kompletu punktów. Dla kolejnych roczników uczniów przygotowujących się do egzaminu ósmoklasisty powinno to być motywacją do doskonalenia sprawności rachunkowych oraz starannego wykonywania działań. Sprawdzanie poprawności rachunków i kolejnych wyników pośrednich to też przepis na uniknięcie trudności podczas realizowania kolejnych etapów rozwiązania.

Osiągnięciu sukcesu w rozwiązywaniu problemów matematycznych sprzyja:

1. stawianie uczniów w sytuacjach, w których konieczne jest skorzystanie z przepisu, wzoru, nowej nieznanej reguły (dokonywanie adaptacji danego schematu do nowej sytuacji). Dokonać tego można poprzez np. sprawdzanie z uczniami, czy podane liczby spełniają warunki określone przez podaną regułę, wzór, zależność (sprawdzanie czy liczba wielocyfrowa jest podzielna przez 7 na podstawie podanej cechy podzielności przez 7)
2. stosowanie podczas lekcji ćwiczeń prowadzących do dostrzegania regularności, podobieństw, analogii i formułowania na ich podstawie wniosków. Przykładowe problemy do rozważenia: ile jest wszystkich liczb 2-cyfrowych, 3-cyfrowych, 4-cyfrowych, ile różnych liczb można utworzyć z dwóch, z trzech, z czterech różnych cyfr, jeśli cyfry nie mogą się w danej liczbie powtarzać, jak zmienia się suma kątów wewnętrznych wielokąta, jeśli liczbę boków zwiększymy o 1, o 2, o 3 itd.
3. rozwiązywanie zadań wymagających przeprowadzenia rozumowania i przytoczenia poprawnej argumentacji, które są dla uczniów trudne i częściej od innych pomijane. Często prawdziwość tezy jest uzasadniana poprzez sprawdzenie jej w kilku wybranych przypadkach. Dlatego ważnym elementem edukacji matematycznej jest kształcenie

umiejętności podawania własnych argumentów uzasadniających poprawność rozumowania oraz dobierania argumentów spośród podanych. Dobrym sposobem na kształcenie tych umiejętności są zadania, w których należy określić, czy podane sformułowanie jest prawdziwe i dobrać uzasadnienie swojego wyboru spośród kilku podanych

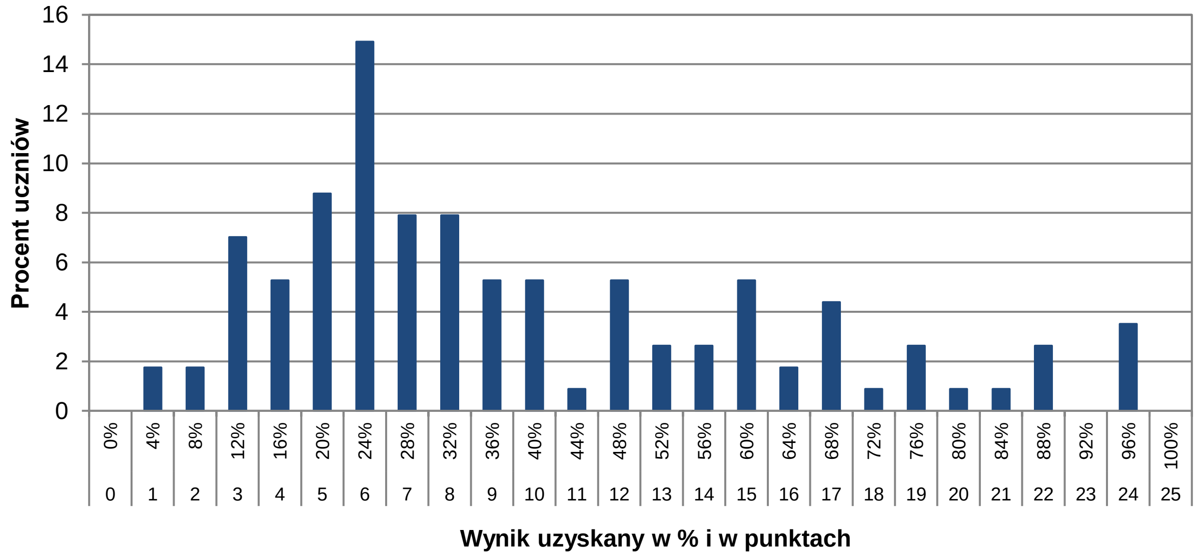
4. wdrażanie do rozwiązywania zadań wieloetapowych i takich, które wymagają umiejętności łączenia wiedzy z różnych działów matematyki. Warto w takich przypadkach zachęcać uczniów do formułowania planu rozwiązania zadania i konsekwentnie go realizować. Na początkowym etapie rozwiązywania zadań tego typu można podać gotową propozycję planu lub wspólnie ją wypracować
5. stosowanie w nauczaniu zasady „od ogółu do szczegółu" w celu umożliwienia nabycia przez uczniów umiejętności wskazywania obiektów spełniających podane warunki
6. stwarzanie okazji do uogólniania poprzez zapisywania zależności między wielkościami za pomocą wzorów. Przykładowe problemy do rozważenia: obserwowanie cyfry jedności kolejnych potęg liczby 6 (liczby 5, liczby 4) i formułowanie wniosku dotyczącego tej cyfry, ustalanie jakie reszty z dzielenia przez 3 daje suma trzech kolejnych liczb naturalnych i formułowanie wniosku
7. dołożenie wszelkich starań, aby uczniowie z należytą starannością wykonywali wszystkie obliczenia na każdym etapie rozwiązywania zadania. Warto pokazywać przykłady rozwiązań uczniowskich, w których błąd w obliczeniach na wcześniejszych etapach uniemożliwił skuteczne doprowadzenie rozwiązania do końca (uzyskany wynik jest sprzeczny ze zdrowym rozsądkiem lub zasadami logiki, np. niecałkowita liczba osób)
8. zapoznawanie uczniów z różnymi sposobami rozwiązywania zadań, co daje im większe możliwości rozwiązywania problemów matematycznych również podczas egzaminu
9. zadbanie o to, by podczas poszukiwania rozwiązania sprawdzone były wszystkie warunki zadania oraz poprawność rachunkowa. Sprawdzanie, czy otrzymany wynik spełnia wszystkie warunki zadania jest ważne szczególnie w rozwiązaniach, w których stosowane, są równania. Uczeń powinien mieć świadomość konieczności sprawdzania otrzymanego rozwiązania z warunkami zadania. Sytuacje, w których uczeń zapisał niepoprawne równanie i sprawdził, czy otrzymany wynik spełnia to równanie nie są odosobnione podczas egzaminu
10. rozwiązywanie na lekcjach matematyki zadań, w których weryfikacja wyniku poprzez sprawdzenie go z warunkami zadania prowadzi do wskazania poprawnej odpowiedzi.

Podstawowe informacje o arkuszach dostosowanych

Opis arkusza dla uczniów z autyzmem, w tym z zespołem Aspergera

Arkusz dla uczniów z autyzmem, w tym z zespołem Aspergera z zakresu matematyki (OMAP-200-2105) został przygotowany na podstawie arkusza standardowego OMAP-100-2105, zgodnie z zaleceniami specjalistów. Uczniowie otrzymali arkusze dostosowane pod względem graficznym: wyróżniono informację o numerze każdego zadania i liczbie punktów możliwych do uzyskania za jego rozwiązanie, zwiększono odstępy między wierszami w tekstach, dodano opis rysunku, zastosowano – jednolity w całym arkuszu – pionowy układ odpowiedzi. W zadaniach zamkniętych umieszczono informacje o sposobie zaznaczenia właściwych odpowiedzi oraz dodano miejsca na rozwiązanie zadań – brudnopis. W zadaniach otwartych uszczegółowiono polecenia i wskazano miejsca na zapisanie odpowiedzi.

Wyniki uczniów z autyzmem, w tym z zespołem Aspergera



WYKRES 5. ROZKŁAD WYNIKÓW UCZNIÓW

TABELA 12. WYNIKI UCZNIÓW Z AUTYZMEM, W TYM Z ZESPOŁEM ASPERGERA – PARAMETRY STATYSTYCZNE

Liczba uczniów	Minimum (%)	Maksimum (%)	Mediana (%)	Modalna (%)	Średnia (%)	Odchylenie standardowe (%)
114	4	96	32	24	38,74	23,33

Opis arkusza dla uczniów słabowidzących i uczniów niewidomych

Arkusze dla uczniów słabowidzących i uczniów niewidomych z zakresu matematyki (OMAP-400-2105, OMAP-500-2105, OMAP-600-2105) zostały przygotowane na podstawie arkusza OMAP-100-2105, zgodnie z zaleceniami specjalistów pracujących z uczniami z dysfunkcją wzroku. Uczniowie słabowidzący otrzymali arkusze, w których dostosowano wielkość czcionki (odpowiednio Arial 16 pkt i Arial 24 pkt), zmodyfikowano słownictwo i polecenia w zadaniach, uproszczono i powiększono formy graficzne, zastosowano – jednolity w całym arkuszu – pionowy układ odpowiedzi. Dla uczniów niewidomych przygotowano arkusz w brajlu.

Wyniki uczniów słabowidzących i uczniów niewidomych

TABELA 13. WYNIKI UCZNIÓW SŁABOWIDZĄCYCH I UCZNIÓW NIEWIDOMYCH – PARAMETRY STATYSTYCZNE

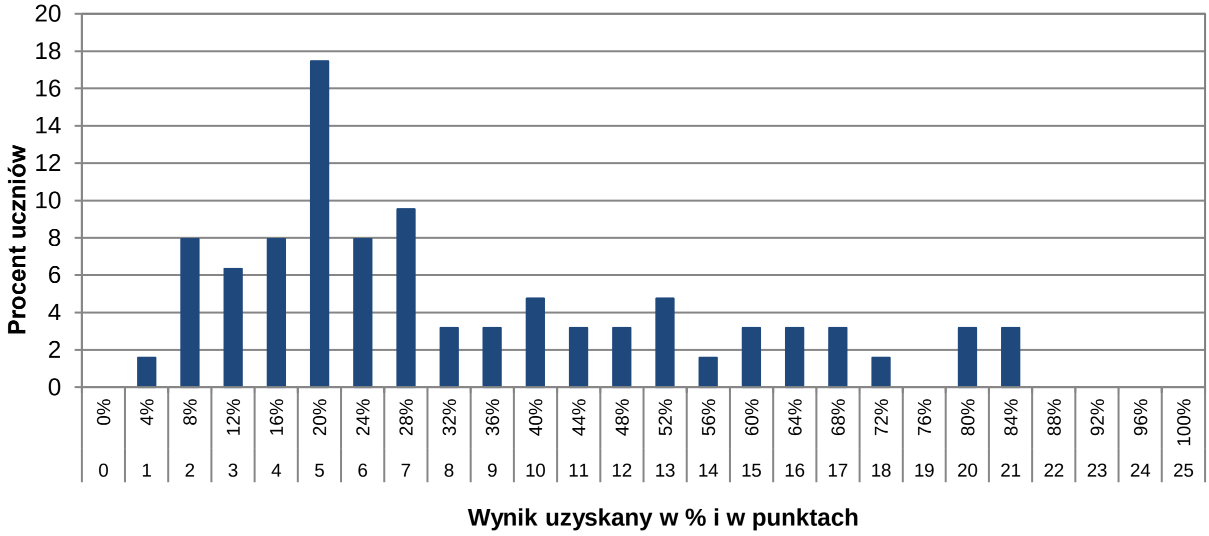
Liczba uczniów	Minimum (%)	Maksimum (%)	Mediana (%)	Modalna (%)	Średnia (%)	Odchylenie standardowe (%)
OPOP-400 – 22	-	-	-	-	34,55	-
OPOP-500 – 6	-	-	-	-	38,00	-

* Parametry statystyczne podawane są dla grup liczących 30 lub więcej uczniów.

Opis arkusza dla uczniów słabosłyszących i uczniów niesłyszących

Uczniowie słabosłyszący i uczniowie niesłyszący rozwiązywali zadania zawarte w arkuszu OMAP-700-2105, który został przygotowany na podstawie arkusza OMAP-100-2105 i dostosowany do ich dysfunkcji przez specjalistów. Trzony zadań i polecenia uproszczono, ograniczając je do niezbędnych informacji oraz dostosowano słownictwo. W miarę możliwości przeredagowano treści zadań, wykorzystując znany uczniowi kontekst praktyczny. Wyróżniono istotne do rozwiązania zadań dane, dodano rysunki lub uszczegółowiono ich opis. Arkusz egzaminacyjny składał się z 19 zadań: 15 zamkniętych i 4 otwartych, a za poprawne ich rozwiązanie uczeń mógł otrzymać łącznie 25 punktów.

Wyniki uczniów słabosłyszących i uczniów niesłyszących



WYKRES 6. ROZKŁAD WYNIKÓW UCZNIÓW

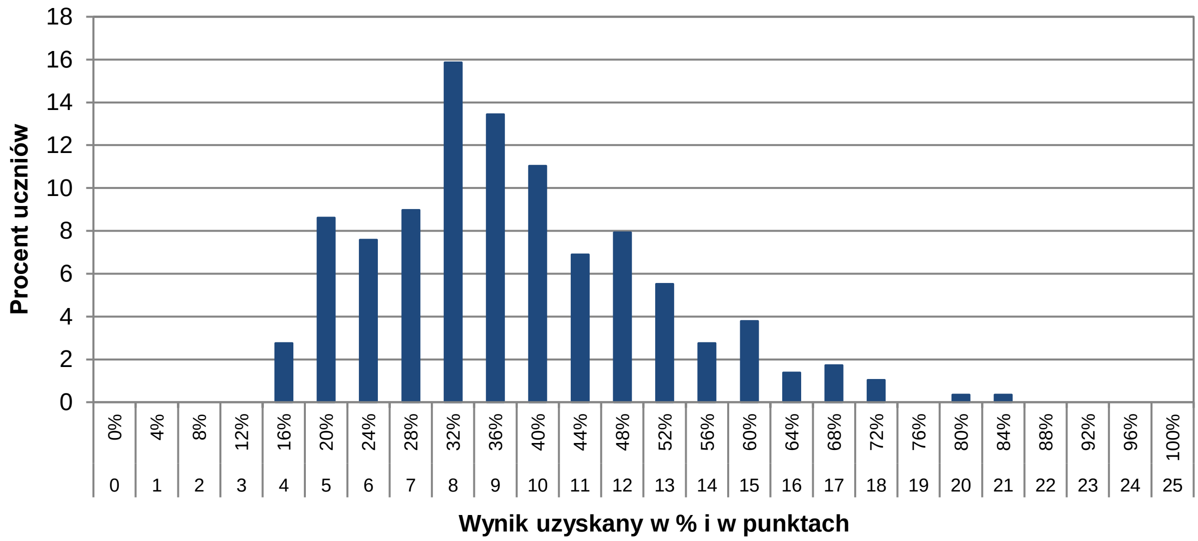
TABELA 14. WYNIKI UCZNIÓW SŁABOSŁYSZĄCYCH I UCZNIÓW NIESŁYSZĄCYCH – PARAMETRY STATYSTYCZNE

Liczba uczniów	Minimum (%)	Maksimum (%)	Mediana (%)	Modalna (%)	Średnia (%)	Odchylenie standardowe (%)
63	4	84	28	20	33,59	21,63

Opis arkusza dla uczniów z niepełnosprawnością intelektualną w stopniu lekkim

Uczniowie z niepełnosprawnością intelektualną w stopniu lekkim rozwiązywali zadania zawarte w arkuszu OMAP-800-2105. Arkusz egzaminacyjny zawierał 15 zadań: 10 zamkniętych i 5 otwartych. Wśród zadań zamkniętych były zadania wyboru wielokrotnego i zadania typu prawda-fałsz. Zadania otwarte wymagały od uczniów samodzielnego sformułowania rozwiązania i zapisania odpowiedzi. Za poprawne rozwiązanie wszystkich zadań uczeń mógł otrzymać maksymalnie 25 punktów (15 punktów za zadania zamknięte i 10 punktów za zadania otwarte). Treści zadań przedstawiono lub dodatkowo zilustrowano za pomocą różnych form graficznych – wykres, rysunki – które ułatwiały udzielenie poprawnych odpowiedzi. Wiele z nich nawiązywało do sytuacji życiowych bliskich uczniowi.

Wyniki uczniów z niepełnosprawnością intelektualną w stopniu lekkim



WYKRES 7. ROZKŁAD WYNIKÓW UCZNIÓW

TABELA 15. WYNIKI UCZNIÓW Z NIEPEŁNOSPRAWNOŚCIĄ INTELEKTUALNĄ W STOPNIU LEKKIM – PARAMETRY STATYSTYCZNE

Liczba uczniów	Minimum (%)	Maksimum (%)	Mediana (%)	Modalna (%)	Średnia (%)	Odchylenie standardowe (%)
290	16	84	36	32	37,72	13,08

Opis arkusza dla uczniów z afazją

Uczniowie z afazją rozwiązywali zadania zawarte w arkuszu OMAP-900-2105. Arkusz egzaminacyjny zawierał 18 zadań: 13 zamkniętych i 5 otwartych. Wśród zadań zamkniętych było 11 zadań wyboru wielokrotnego i 2 zadania typu prawda-fałsz. Zadania otwarte wymagały od uczniów samodzielnego sformułowania rozwiązania oraz zapisania odpowiedzi. Za poprawne rozwiązanie wszystkich zadań uczeń mógł otrzymać maksymalnie 25 punktów (15 punktów za zadania zamknięte i 10 punktów za zadania otwarte). Arkusz został dostosowany zgodnie z zaleceniami specjalistów. Uczniowie otrzymali arkusze dostosowane pod względem graficznym: zastosowano czcionkę Arial 14 pkt, każde zadanie umieszczono na osobnej stronie, wyróżniono informację o numerze zadania i liczbie punktów możliwych do uzyskania za jego rozwiązanie, zwiększono odstępy między wierszami w tekstach, dodano i powiększono rysunki, zastosowano – jednolity w całym arkuszu – pionowy układ odpowiedzi. Przy każdym zadaniu zamkniętym umieszczono informację o sposobie zaznaczenia właściwej odpowiedzi. Treści wielu zadań odnosiły się do sytuacji życiowych bliskich uczniowi. Polecenia były jasne, proste i zrozumiałe. W zadaniach wykorzystano wykres i rysunki, które ułatwiały udzielenie poprawnych odpowiedzi.

Wyniki uczniów z afazją

TABELA 16 WYNIKI UCZNIÓW Z AFAZJĄ – PARAMETRY STATYSTYCZNE

Liczba uczniów	Minimum (%)	Maksimum (%)	Mediana (%)	Modalna (%)	Średnia (%)	Odchylenie standardowe (%)
14	-	-	-	-	44,00	-

* Parametry statystyczne podawane są dla grup liczących 30 lub więcej uczniów.

Opis arkusza dla uczniów z niepełnosprawnością ruchową spowodowaną mózgowym porażeniem dziecięcym

Uczniowie z niepełnosprawnością ruchową spowodowaną mózgowym porażeniem dziecięcym rozwiązywali zadania zawarte w arkuszu OMAP-Q00-2105. Arkusz egzaminacyjny zawierał 18 zadań: 13 zamkniętych i 5 otwartych. Wśród zadań zamkniętych było 11 zadań wyboru wielokrotnego i 2 typu prawda-fałsz. Zadania otwarte wymagały od uczniów samodzielnego sformułowania rozwiązania oraz zapisania odpowiedzi. Za poprawne rozwiązanie wszystkich zadań uczeń mógł otrzymać maksymalnie 25 punktów (15 punktów za zadania zamknięte i 10 punktów za zadania otwarte). Arkusz został dostosowany zgodnie z zaleceniami specjalistów. Uczniowie otrzymali arkusze dostosowane pod względem graficznym: zastosowano czcionkę Arial 14 pkt, każde zadanie umieszczono na osobnej stronie, wyróżniono informację o numerze zadania i liczbie punktów możliwych do uzyskania za jego rozwiązanie, zwiększono odstępy między wierszami w tekstach, dodano i powiększono rysunki, zastosowano – jednolity w całym arkuszu – pionowy układ odpowiedzi. Przy każdym zadaniu zamkniętym umieszczono informację o sposobie zaznaczenia właściwej odpowiedzi. Treści wielu zadań odnosiły się do sytuacji życiowych bliskich uczniowi. W zadaniach wykorzystano wykres i rysunki, które ułatwiały udzielenie poprawnych odpowiedzi.

Wyniki uczniów z niepełnosprawnością ruchową spowodowaną mózgowym porażeniem dziecięcym

TABELA 17. WYNIKI UCZNIÓW Z NIEPEŁNOSPRAWNOŚCIĄ RUCHOWĄ SPOWODOWANĄ MÓZGOWYM PORAŻENIEM DZIECIĘCYM – PARAMETRY STATYSTYCZNE

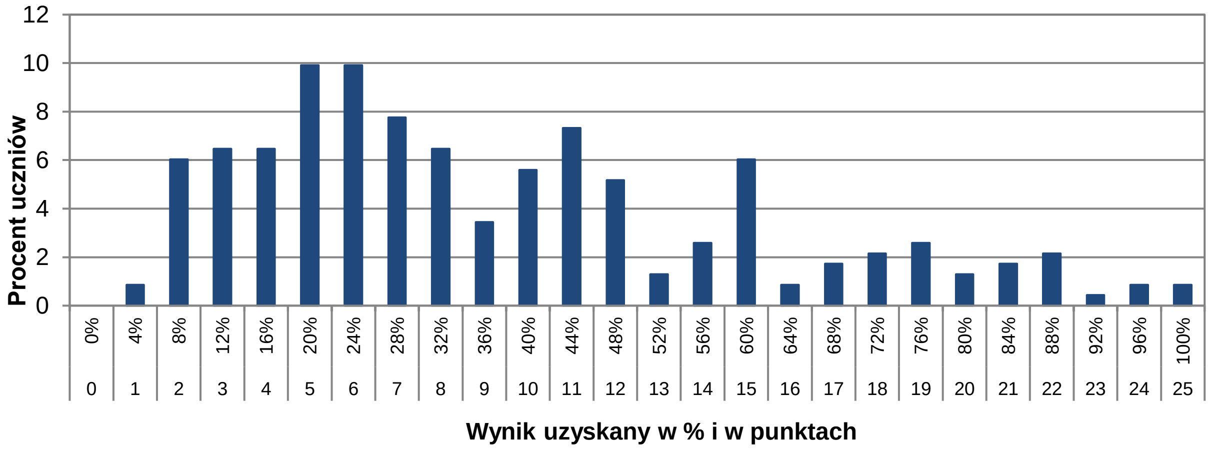
Liczba uczniów	Minimum (%)	Maksimum (%)	Mediana (%)	Modalna (%)	Średnia (%)	Odchylenie standardowe (%)
7	-	-	-	-	38,29	-

* Parametry statystyczne podawane są dla grup liczących 30 lub więcej uczniów.

Opis arkusza dla uczniów, o których mowa w art. 94a ust. 1 ustawy (cudzoziemcy)

Uczniowie, o których mowa w art. 94a ust. 1 ustawy (cudzoziemcy), rozwiązywali zadania zawarte w arkuszu OMAP-C00-2105. Arkusz ten składał się z 19 zadań: 15 zamkniętych oraz 4 otwartych. Za poprawne rozwiązanie wszystkich zadań uczeń mógł otrzymać maksymalnie 25 punktów (15 punktów za zadania zamknięte i 10 punktów za zadania otwarte). Arkusz był dostosowany do potrzeb zdających, którym ograniczona znajomość języka polskiego utrudnia zrozumienie czytanego tekstu. Trzony zadań i polecenia zapisano prostym językiem, ograniczając je do niezbędnych informacji. Treści zadań nawiązywały do sytuacji praktycznych, a dodatkowo większość z nich zilustrowano różnymi formami graficznymi.

Wyniki uczniów, o których mowa w art. 94a ust. 1 ustawy (cudzoziemcy)



WYKRES 8. ROZKŁAD WYNIKÓW UCZNIÓW

TABELA 18. WYNIKI UCZNIÓW, O KTÓRYCH MOWA W ART.94A UST.1 USTAWY (CUDZOZIEMCY) – PARAMETRY STATYSTYCZNE

Liczba uczniów	Minimum (%)	Maksimum (%)	Mediana (%)	Modalna (%)	Średnia (%)	Odchylenie standardowe (%)
232	4	100	32	20; 24	37,57	22,86

Centralna Komisja Egzaminacyjna
ul. Józefa Lewartowskiego 6, 00-190 Warszawa
tel. 22 536-65-00, fax 22 536-65-04
www.cke.gov.pl sekretariat@cke.gov.pl

Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Gdańsku
ul. Na Stoku 49, 80-874 Gdańsk
tel. 58 320-55-90, fax 58 320-55-91
www.oke.gda.pl komisja@oke.gda.pl

Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Jaworznie
ul. Adama Mickiewicza 4, 43-600 Jaworzno
tel. 32 616-33-99, fax 32 784-16-08
www.oke.jaworzno.pl oke@oke.jaw.pl

Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Krakowie
os. Szkolne 37, 31-978 Kraków
tel. 12 683-21-99, fax 12 683-21-00
www.oke.krakow.pl oke@oke.krakow.pl

Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Łomży
Al. Legionów 9, 18-400 Łomża
tel. 86 473-71-20, fax 86 473-68-17
www.oke.lomza.pl sekretariat@oke.lomza.pl

Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Łodzi
ul. Ksawerego Praussa 4, 94-203 Łódź
tel. 42 634-91-33, fax 42 634-91-54
www.oke.lodz.pl sekretariat@lodz.oke.gov.pl

Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Poznaniu
ul. Gronowa 22, 61-655 Poznań
tel. 61 854-01-60, fax 61 852-14-41
www.oke.poznan.pl sekretariat@oke.poznan.pl

Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Warszawie
Plac Europejski 3, 00-844 Warszawa
tel. 22 457-03-35, fax 22 457-03-45
www.oke.waw.pl info@oke.waw.pl

Okręgowa Komisja Egzaminacyjna we Wrocławiu
ul. Tadeusza Zielińskiego 57, 53-533 Wrocław
tel. 71 785-18-94, fax 71 785-18-66
www.oke.wroc.pl sekretariat@oke.wroc.pl