CENTRALNA KOMISJA EGZAMINACYJNA

WYPEŁNIA ZESPÓŁ NADZORUJĄCY

KOD

PESEL

Miejsce na naklejkę.

Sprawdź, czy kod na naklejce to **E-400**.

EGZAMIN MATURALNY
MATEMATYKA – POZIOM ROZSZERZONY
TEST DIAGNOSTYCZNY

TERMIN: **marzec 2021 r.**
CZAS PRACY: **do 270 minut**
LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **50**

WYPEŁNIA ZESPÓŁ NADZORUJĄCY

Uprawnienia zdającego do:

- ☐ nieprzenoszenia zaznaczeń na kartę
- ☐ dostosowania zasad oceniania
- ☐ dostosowania w zw. z dyskalkulią.

EMAP-R0-**400**-2103

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 54 strony (zadania 1–15). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
3. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego (6–15) może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.

4. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
7. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.
8. Nie wypełniaj karty odpowiedzi dołączonej do arkusza.
9. W zadaniach od 1. do 4. są podane cztery odpowiedzi: A, B, C, D. Tylko jedna z nich jest poprawna. Wybierz ją i zaznacz odpowiednią literę znakiem ✕ , np.:

   A.
   B.
   C.
   D.

   Jeśli się pomylisz, otocz znak ✕ kółkiem i zaznacz inną odpowiedź, np.:

   A.
   B.
   C.
   D.
10. W zadaniu 5. wpisz odpowiednie cyfry w kratki pod treścią zadania.

Zadania egzaminacyjne są wydrukowane na kolejnych stronach.

Zadanie 1. (0–1)

Liczba $\log_2 9$ jest równa

A. $\frac{1}{\log_3 4}$

B. $\log_3 4$

C. $\frac{1}{\log_3 \sqrt{2}}$

D. $\log_3 \sqrt{2}$

Zadanie 2. (0–1)

Dane są dwie urny z kulami. W pierwszej urnie jest 10 kul: 8 białych i 2 czarne, w drugiej jest 8 kul: 5 białych i 3 czarne. Wylosowanie każdej z urn jest jednakowo prawdopodobne. Wylosowano jedną z tych urn i wyciągnięto z niej losowo jedną kulę. Wyciągnięta kula była czarna.

Prawdopodobieństwo zdarzenia, że wylosowana kula pochodziła z pierwszej z tych urn, jest równe

A. $\frac{2}{18}$

B. $\frac{15}{23}$

C. $\frac{8}{23}$

D. $\frac{5}{18}$

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

Zadanie 3. (0–1)

Prosta dana równaniem $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$ jest prostopadła do stycznej do wykresu funkcji $f(x) = x^4 - 3x^3 + x^2 + x + 5$ w punkcie

A. $(-1, 6)$

B. $(0, 5)$

C. $(1, 5)$

D. $(2, 3)$

Zadanie 4. (0–1)

Liczba x jest sumą wszystkich wyrazów nieskończonego ciągu geometrycznego o pierwszym wyrazie równym 1 i ilorazie $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

Liczba y jest sumą wszystkich wyrazów nieskończonego ciągu geometrycznego o pierwszym wyrazie równym 1
i ilorazie $\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$.

Wynika stąd, że liczba $x - y$ jest równa

A. 0

B. $\sqrt{3}$

C. $\frac{2}{\sqrt{3}-1}$

D. 3

BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)

Zadanie 5. (0–2)

Oblicz, ile jest liczb dziesięciocyfrowych takich, że suma cyfr w każdej z tych liczb jest równa 13 i żadna cyfra nie jest zerem.

W poniższe kratki wpisz kolejno – od lewej do prawej – cyfrę setek, dziesiątek i jedności otrzymanego wyniku.

Zadanie 6. (0–3)

Wykaż, że dla każdej liczby rzeczywistej x większej od 2 i dla każdej liczby rzeczywistej y prawdziwa jest nierówność:

$$5x^2 - 6xy + 3y^2 - 2x - 4 > 0$$

Zadanie 7. (0–4)

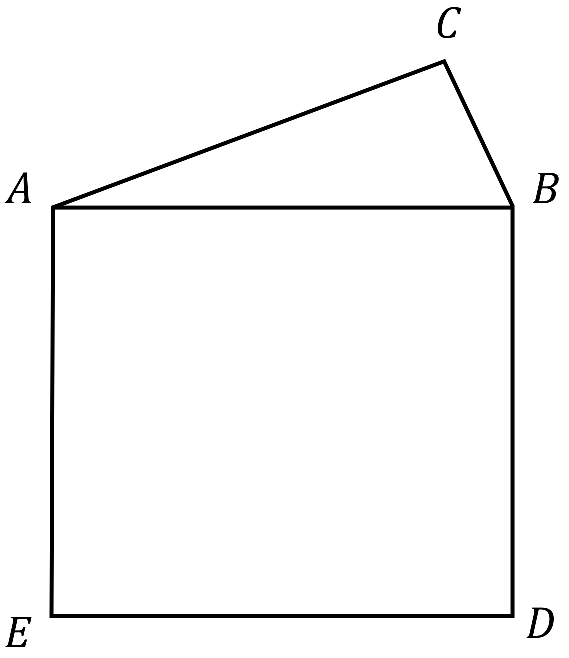
Rozwiąż równanie:

$$\sin\left(x+\frac{1}{4}\pi\right)\cdot\cos\left(x+\frac{1}{4}\pi\right)=\frac{\sqrt{2}}{4}$$

Odpowiedź: ....

Zadanie 8. (0–4)

Na przeciwprostokątnej AB trójkąta prostokątnego ABC zbudowano kwadrat $ABDE$ (zobacz rysunek). Stosunek pola trójkąta do pola kwadratu jest równy k.



Wykaż, że suma tangensów kątów ostrych tego trójkąta jest równa $\frac{1}{2k}$.

Zadanie 9. (0–4)

Czworokąt $ABCD$ jest wpisany w okrąg o promieniu $R = 5\sqrt{2}$.
Przekątna BD tego czworokąta ma długość 10.
Kąty wewnętrzne BAD i ADC czworokąta $ABCD$ są ostre, a iloczyn sinusów wszystkich jego kątów wewnętrznych jest równy $\frac{3}{8}$. Oblicz miary kątów wewnętrznych tego czworokąta.

Odpowiedź: ....

Zadanie 10. (0–4)

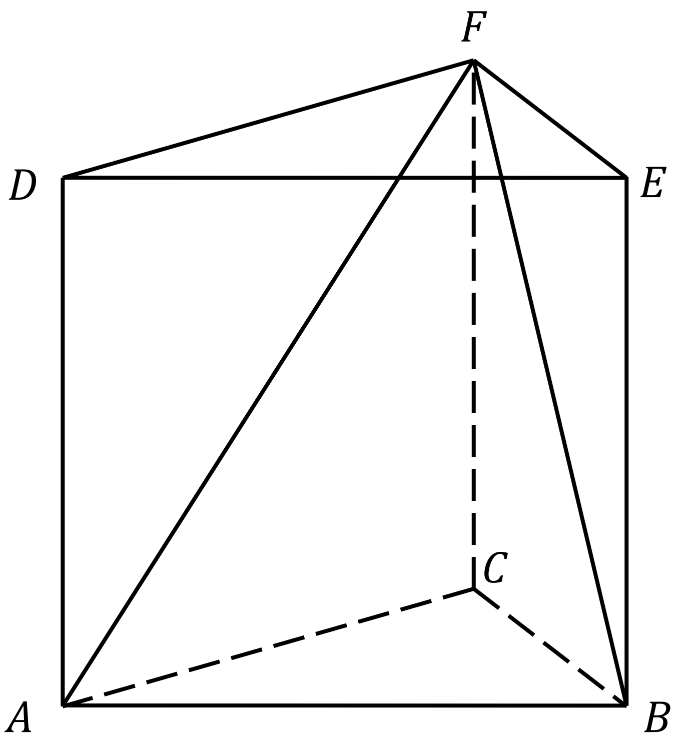
Reszty z dzielenia wielomianu $W(x) = x^4 + bx^3 + cx^2$ przez dwumiany $(x - 2)$ i $(x - 3)$ są odpowiednio równe (-8) oraz (-18).

Oblicz resztę z dzielenia wielomianu W przez dwumian $(x - 4)$.

Odpowiedź: ....

Zadanie 11. (0–4)

Dany jest graniastosłup prawidłowy trójkątny $ABCDEF$.
Krawędź podstawy tego graniastosłupa ma długość 4,
a wysokość graniastosłupa jest równa 6 (zobacz rysunek).



Oblicz sinus kąta AFB.

Odpowiedź: ....

Zadanie 12. (0–5)

Czterowyrazowy ciąg (a, b, c, d) jest rosnący i arytmetyczny. Kwadrat największego wyrazu tego ciągu jest równy podwojonej sumie kwadratów pozostałych wyrazów tego ciągu. Ponadto ciąg $(a + 100, b, c)$ jest geometryczny. Oblicz wyrazy ciągu (a, b, c, d).

Odpowiedź: ....

Zadanie 13. (0–5)

Dany jest równoległobok, którego boki zawierają się w prostych o równaniach: $y = x + b$, $y = x + 2b$, $y = b$, $y = 2$, gdzie liczba rzeczywista b spełnia warunki: $b \neq 2$ i $b \neq 0$.

Wyznacz wszystkie wartości parametru b, dla których pole tego równoległoboku jest równe 1.

Odpowiedź: ....

Zadanie 14. (0–5)

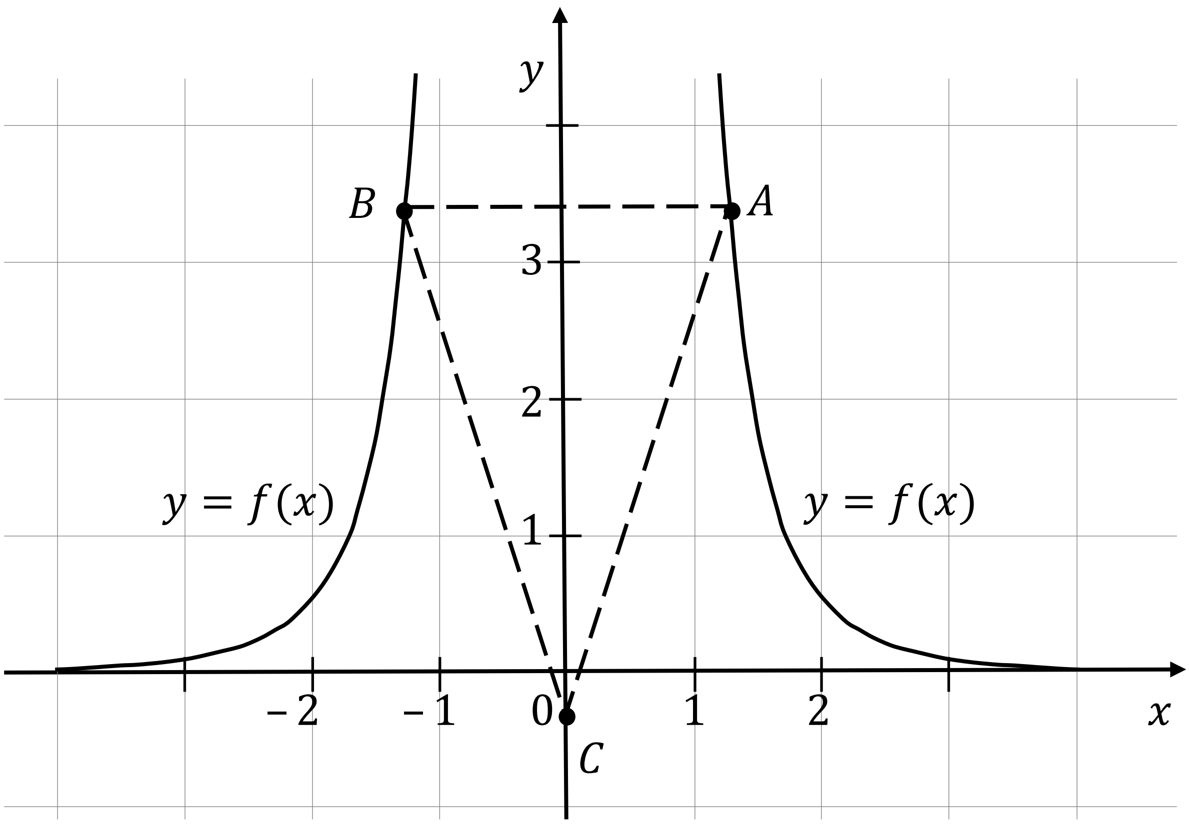
Wyznacz wszystkie wartości parametru a, dla których równanie $x^2 - 2ax + a^3 - 2a = 0$ ma dwa różne rozwiązania dodatnie.

Odpowiedź: ....

Zadanie 15. (0–6)

Rozpatrujemy wszystkie trójkąty ABC, których wierzchołki A i B leżą na wykresie funkcji f określonej wzorem $f(x) = \frac{9}{x^4}$ dla $x \neq 0$. Punkt C ma współrzędne $\left(0, -\frac{1}{3}\right)$, a punkty A i B są położone symetrycznie względem osi Oy (zobacz rysunek).

Oblicz współrzędne wierzchołków A i B, dla których pole trójkąta ABC jest najmniejsze. Oblicz to najmniejsze pole.



Odpowiedź: ....

BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)