CENTRALNA
KOMISJA
EGZAMINACYJNA

Rodzaj dokumentu:	**Osiągnięcia uczniów kończących VIII klasę szkoły podstawowej.** **Sprawozdanie za rok 2020**
Egzamin:	**Egzamin ósmoklasisty**
Przedmiot:	**Matematyka**
Termin egzaminu:	Termin główny – czerwiec 2020 r.
Data publikacji dokumentu:	30 października 2020 r.

Warszawa 2020

Opracowanie

Grażyna Miłkowska (Centralna Komisja Egzaminacyjna)
Edyta Warzecha (Centralna Komisja Egzaminacyjna)
Iwona Łuba (Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Łomży)
Ewa Liwska (Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Warszawie)

OPIEKA MERYTORYCZNA:

Mariusz Mroczek (Centralna Komisja Egzaminacyjna)
dr Wioletta Kozak (Centralna Komisja Egzaminacyjna)
dr Marcin Smolik (Centralna Komisja Egzaminacyjna)

OPRACOWANIE TECHNICZNE:

Andrzej Kaptur (Centralna Komisja Egzaminacyjna)

WSPÓŁPRACA

Agata Wiśniewska (Centralna Komisja Egzaminacyjna)
Beata Dobrosielska (Centralna Komisja Egzaminacyjna)
Mariola Jaśniewska (Centralna Komisja Egzaminacyjna)
Pracownie ds. Analiz Wyników Egzaminacyjnych okręgowych komisji egzaminacyjnych

Centralna Komisja Egzaminacyjna
ul. Józefa Lewartowskiego 6, 00-190 Warszawa
tel. 22 536 65 00, fax 22 536 65 04
e-mail: sekretariat@cke.gov.pl
www.cke.gov.pl

Spis treści

1. Opis arkusza standardowego

Uczniowie bez dysfunkcji oraz uczniowie z dysleksją rozwojową rozwiązywali zadania zawarte w arkuszu OMAP-100-2004.

Arkusz standardowy zawierał 21 zadań. Za poprawne rozwiązanie wszystkich zadań można było uzyskać maksymalnie 30 punktów, w tym 15 punktów (50%) za rozwiązanie zadań zamkniętych oraz 15 punktów (50%) za rozwiązanie zadań otwartych. Wśród zadań zamkniętych większość stanowiły zadania wyboru wielokrotnego, w których należało wybrać jedną z podanych odpowiedzi, w dwóch zadaniach typu prawda-fałsz − ocenić prawdziwość zdań i w dwóch zadaniach na dobieranie − wskazać poprawne uzupełnienia podanych zdań. Zadania otwarte wymagały od ósmoklasistów uważnej analizy treści, w niektórych zadaniach również elementów graficznych, a następnie zaplanowania i zapisania kolejnych etapów rozwiązania oraz sformułowania odpowiedzi.

2. Dane dotyczące populacji uczniów

TABELA 1. UCZNIOWIE ROZWIĄZUJĄCY ZADANIA W ARKUSZU STANDARDOWYM

Liczba uczniów		**330 666**
Uczniowie	bez dysleksji rozwojowej	282 932
	z dysleksją rozwojową	47 734
	dziewczęta	162 116
	chłopcy	168 550
	ze szkół na wsi	127 317
	ze szkół w miastach do 20 tys. mieszkańców	55 833
	ze szkół w miastach od 20 tys. do 100 tys. mieszkańców	64 845
	ze szkół w miastach powyżej 100 tys. mieszkańców	82 671
	ze szkół publicznych	315 662
	ze szkół niepublicznych	15 004
	rozwiązujący zadania w języku litewskim	31

Z egzaminu zwolniono 618 uczniów – laureatów i finalistów olimpiad przedmiotowych oraz laureatów konkursów przedmiotowych o zasięgu wojewódzkim lub ponadwojewódzkim.

TABELA 2. UCZNIOWIE ROZWIĄZUJĄCY ZADANIA W ARKUSZACH DOSTOSOWANYCH

Uczniowie	z autyzmem, w tym z zespołem Aspergera	2429
	słabowidzący i niewidomi	817
	słabosłyszący i niesłyszący	1136
	z niepełnosprawnością intelektualną w stopniu lekkim	5204
	z niepełnosprawnością ruchową spowodowaną mózgowym porażeniem dziecięcym	110
	z niepełnosprawnościami sprzężonymi	168
	o których mowa w art. 165 ust. 1 ustawy[1] (cudzoziemcy)	2444
	Ogółem	**12 308**

[1] Ustawa z dnia 14 grudnia 2016 r. *Prawo oświatowe* (tekst jedn. Dz.U. z 2020 r. poz. 910).

3. Przebieg egzaminu

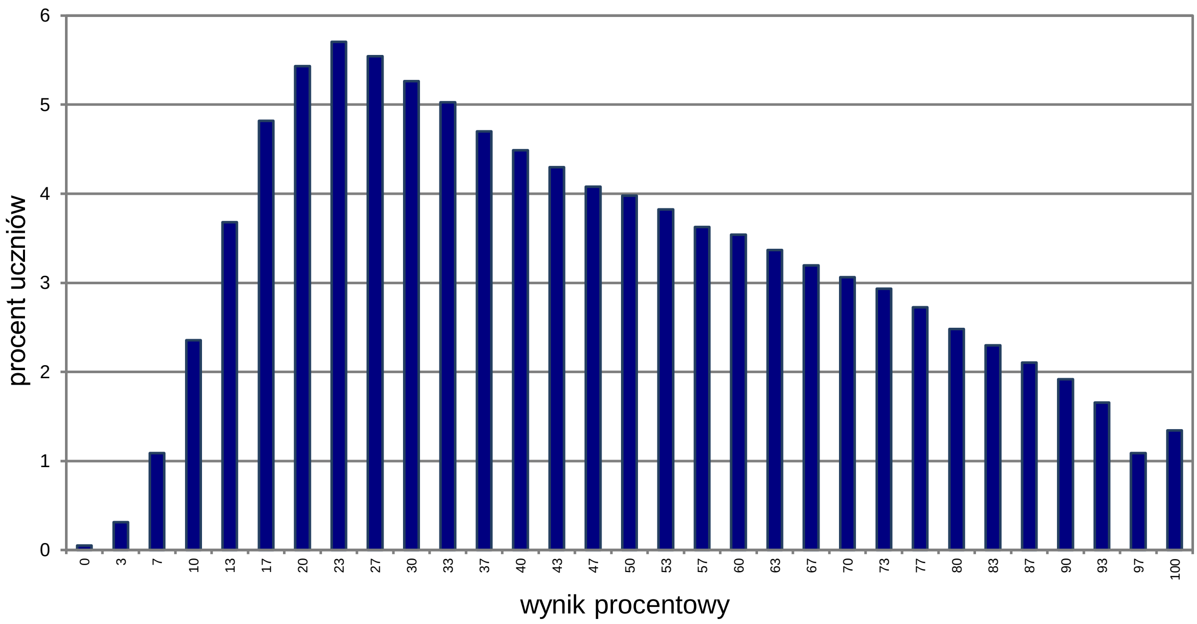
TABELA 3. INFORMACJE DOTYCZĄCE PRZEBIEGU EGZAMINU

<table>
<tr><td colspan="3">Termin egzaminu</td><td>17 czerwca 2020 r.</td></tr>
<tr><td colspan="3">Czas trwania egzaminu</td><td>100 minut dla uczniów rozwiązujących zadania w arkuszu standardowym lub czas przedłużony zgodnie z przyznanym dostosowaniem</td></tr>
<tr><td colspan="3">Liczba szkół</td><td>12 417</td></tr>
<tr><td colspan="3">Liczba zespołów egzaminatorów</td><td>177</td></tr>
<tr><td colspan="3">Liczba egzaminatorów</td><td>3222</td></tr>
<tr><td colspan="3">Liczba obserwatorów[2] (§ 7 ust. 1)</td><td>473</td></tr>
<tr><td rowspan="8">Liczba unieważnień[3]</td><td colspan="3">w przypadku:</td></tr>
<tr><td>art. 44zzv pkt 1</td><td>stwierdzenia niesamodzielnego rozwiązywania zadań przez ucznia</td><td>0</td></tr>
<tr><td>art. 44zzv pkt 2</td><td>wniesienia lub korzystania przez ucznia w sali egzaminacyjnej z urządzenia telekomunikacyjnego</td><td>6</td></tr>
<tr><td>art. 44zzv pkt 3</td><td>zakłócania przez ucznia prawidłowego przebiegu egzaminu ósmoklasisty</td><td>0</td></tr>
<tr><td>art. 44zzw ust. 1</td><td>stwierdzenia podczas sprawdzania pracy niesamodzielnego rozwiązywania zadań przez ucznia</td><td>0</td></tr>
<tr><td>art. 44zzy ust. 7</td><td>stwierdzenia naruszenia przepisów dotyczących przeprowadzania egzaminu ósmoklasisty</td><td>7</td></tr>
<tr><td>art. 44zzy ust. 10</td><td>niemożności ustalenia wyniku (np. zaginięcia karty odpowiedzi)</td><td>0</td></tr>
<tr><td colspan="2">inne (np. złe samopoczucie ucznia)</td><td>4</td></tr>
<tr><td colspan="3">Liczba wglądów[3] (art. 44zzz ust. 1)</td><td>1211</td></tr>
</table>

[2] Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 1 sierpnia 2017 r. w sprawie szczegółowych warunków i sposobu przeprowadzania egzaminu ósmoklasisty (Dz.U. z 2020 r. poz. 1361).
[3] Ustawa z dnia 7 września 1991 r. o systemie oświaty (tekst jedn. Dz.U. z 2020 r. poz. 1327).

4. Podstawowe dane statystyczne

Wyniki uczniów



WYKRES 1. ROZKŁAD WYNIKÓW UCZNIÓW

TABELA 4. WYNIKI UCZNIÓW – PARAMETRY STATYSTYCZNE

Liczba uczniów	Minimum (%)	Maksimum (%)	Mediana (%)	Modalna (%)	Średnia (%)	Odchylenie standardowe (%)
330 666	0	100	43	23	46	24

Wyniki uczniów w procentach, odpowiadające im wartości centyli i wyniki na skali staninowej

TABELA 5. WYNIKI UCZNIÓW W PROCENTACH, ODPOWIADAJĄCE IM WARTOŚCI CENTYLI I WYNIKI NA SKALI STANINOWEJ

Matematyka		
wynik procentowy	wartość centyla	stanin
0	1	1
3	1	
7	2	
10	4	
13	8	2
17	13	
20	18	3
23	24	
27	30	4
30	35	
33	40	
37	45	5
40	50	
43	54	
47	58	
50	62	
53	66	6
57	69	
60	73	
63	76	
67	79	
70	82	7
73	85	
77	88	
80	90	
83	93	8
87	95	
90	96	
93	98	9
97	99	
100	100	

Wyniki w skali centylowej i staninowej umożliwiają porównanie wyniku ucznia z wynikami uczniów w całym kraju. Na przykład jeśli uczeń z matematyki uzyskał 70% punktów możliwych do zdobycia (wynik procentowy), to oznacza, że jego wynik jest taki sam lub wyższy od wyniku 82% wszystkich zdających (wynik centylowy), a niższy od wyniku 18% zdających i znajduje się on w 7. staninie.

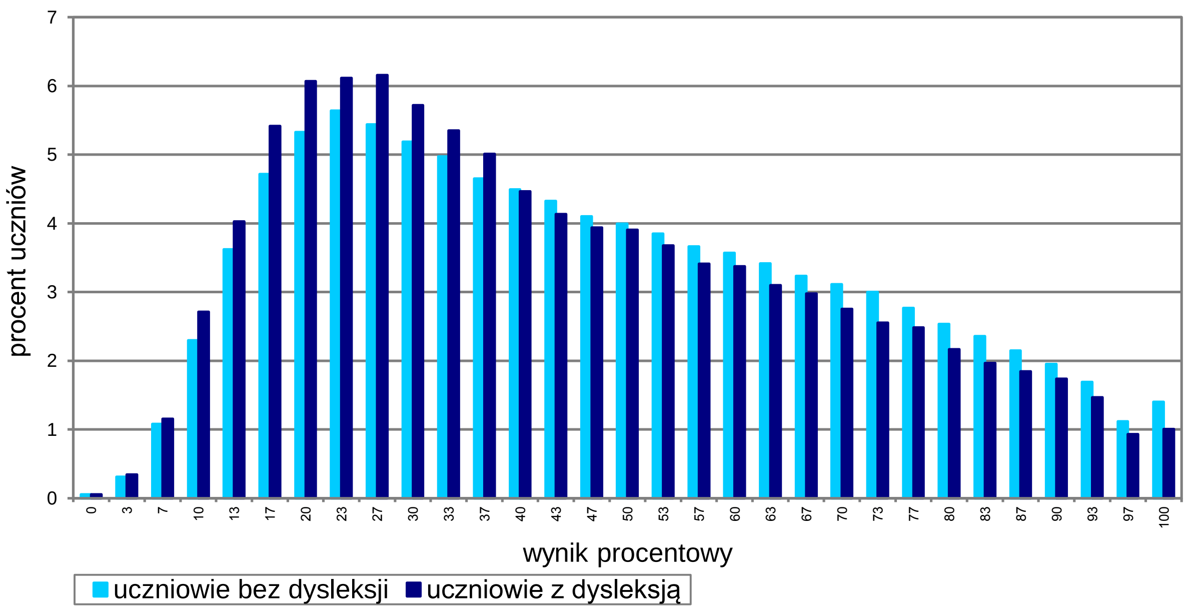
Średnie wyniki szkół[4] na skali staninowej

TABELA 6. WYNIKI SZKÓŁ NA SKALI STANINOWEJ

Stanin	Przedział wyników (w %)
1	11–25
2	26–31
3	32–36
4	37–41
5	42–46
6	47–51
7	52–57
8	58–66
9	67–95

Skala staninowa umożliwia porównywanie średnich wyników szkół w poszczególnych latach. Uzyskanie w kolejnych latach takiego samego średniego wyniku w procentach nie oznacza tego samego poziomu osiągnięć.

Wyniki uczniów bez dysleksji oraz uczniów z dysleksją rozwojową



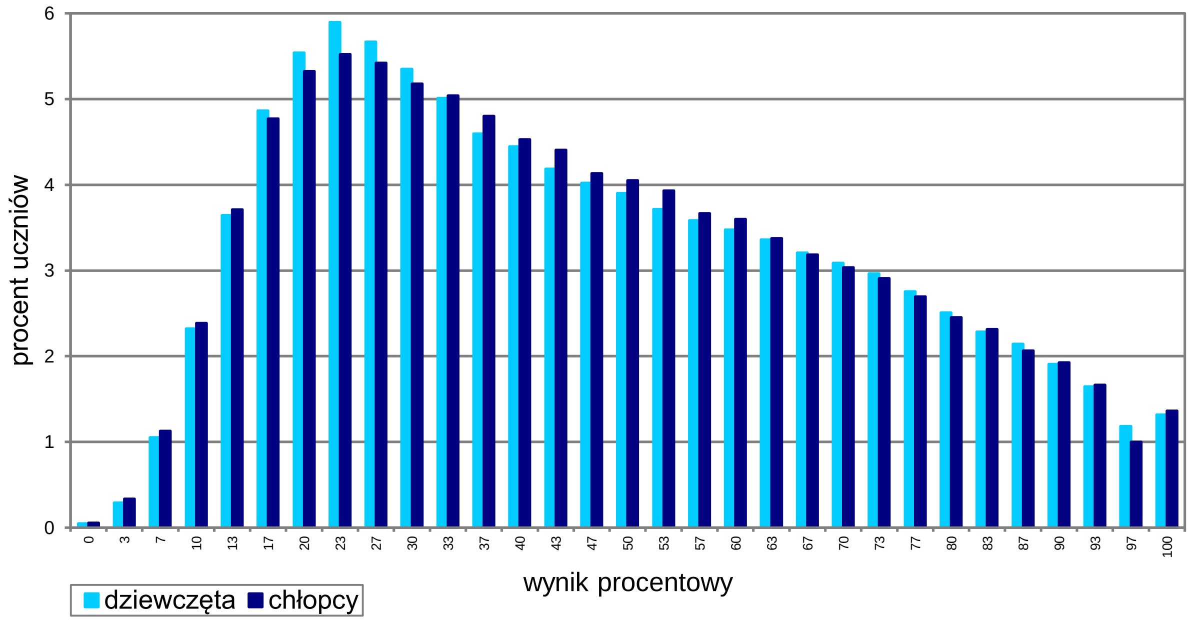
WYKRES 2. ROZKŁADY WYNIKÓW UCZNIÓW BEZ DYSLEKSJI ORAZ UCZNIÓW Z DYSLEKSJĄ ROZWOJOWĄ

TABELA 7. WYNIKI UCZNIÓW BEZ DYSLEKSJI ORAZ UCZNIÓW Z DYSLEKSJĄ ROZWOJOWĄ – PARAMETRY STATYSTYCZNE

	Liczba uczniów	Minimum (%)	Maksimum (%)	Mediana (%)	Modalna (%)	Średnia (%)	Odchylenie standardowe (%)
Uczniowie bez dysleksji	282 932	0	100	43	23	47	24
Uczniowie z dysleksją rozwojową	47 734	0	100	40	27	44	24

[4] Ilekroć w niniejszym sprawozdaniu jest mowa o wynikach szkół w 2020 roku, przez szkołę należy rozumieć każdą placówkę, w której liczba uczniów przystępujących do egzaminu była nie mniejsza niż 5. Wyniki szkół obliczono na podstawie wyników uczniów, którzy wykonywali zadania z zestawu OMAP-100-2004.

Wyniki dziewcząt i chłopców



WYKRES 3. ROZKŁADY WYNIKÓW DZIEWCZĄT I CHŁOPCÓW

TABELA 8. WYNIKI DZIEWCZĄT I CHŁOPCÓW – PARAMETRY STATYSTYCZNE

Płeć	Liczba uczniów	Minimum (%)	Maksimum (%)	Mediana (%)	Modalna (%)	Średnia (%)	Odchylenie standardowe (%)
Dziewczęta	162 116	0	100	43	23	46	24
Chłopcy	168 550	0	100	43	23	46	24

Wyniki uczniów a wielkość miejscowości

TABELA 9. WYNIKI UCZNIÓW W ZALEŻNOŚCI OD LOKALIZACJI SZKOŁY – PARAMETRY STATYSTYCZNE

	Liczba uczniów	Minimum (%)	Maksimum (%)	Mediana (%)	Modalna (%)	Średnia (%)	Odchylenie standardowe (%)
Wieś	127 317	0	100	40	23	44	23
Miasto do 20 tys. mieszkańców	55 833	0	100	40	23	43	23
Miasto od 20 tys. do 100 tys. mieszkańców	64 845	0	100	43	23	46	24
Miasto powyżej 100 tys. mieszkańców	82 671	0	100	53	23	53	26

Wyniki uczniów szkół publicznych i szkół niepublicznych

TABELA 10. WYNIKI UCZNIÓW SZKÓŁ PUBLICZNYCH I SZKÓŁ NIEPUBLICZNYCH – PARAMETRY STATYSTYCZNE

	Liczba uczniów	Minimum (%)	Maksimum (%)	Mediana (%)	Modalna (%)	Średnia (%)	Odchylenie standardowe (%)
Szkoła publiczna	315 662	0	100	43	23	46	24
Szkoła niepubliczna	15 004	0	100	60	100	57	28

Poziom wykonania zadań

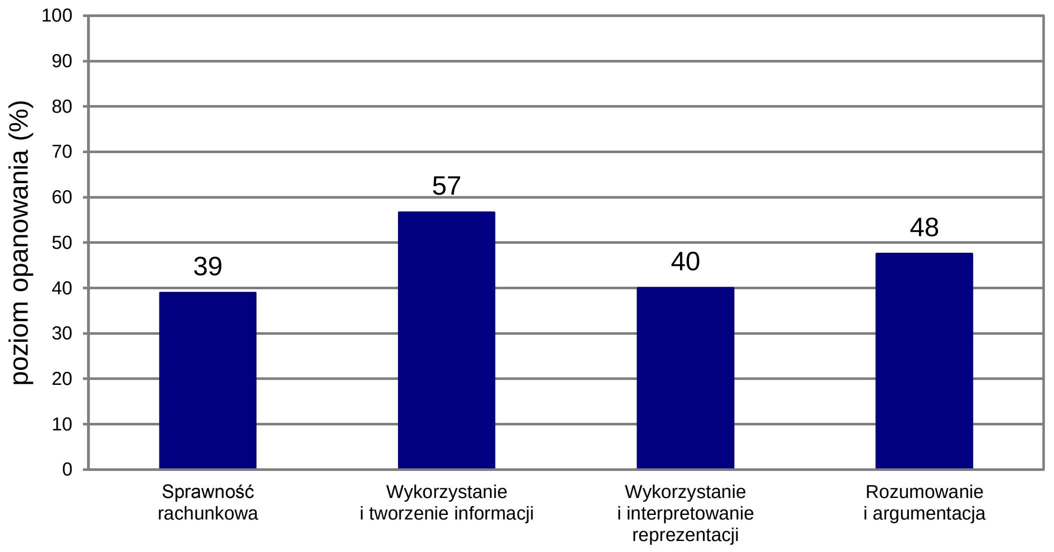
TABELA 11. POZIOM WYKONANIA ZADAŃ

Numer zadania	Wymagania ogólne zapisane w podstawie programowej	Wymagania szczegółowe zapisane w podstawie programowej	Poziom wykonania zadania (%)
1.	**Podstawa programowa 2012** II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	12. Obliczenia praktyczne. Uczeń: 1) interpretuje 100% danej wielkości jako całość, 50% − jako połowę, 25% − jako jedną czwartą, 10% − jako jedną dziesiątą, 1% − jako setną części danej wielkości liczbowej. 4. Ułamki zwykłe i dziesiętne. Uczeń: 1) opisuje część danej całości za pomocą ułamka.	68
2.	**Podstawa programowa 2012** I. Sprawność rachunkowa.	5. Działania na ułamkach zwykłych i dziesiętnych. Uczeń: 7) oblicza wartości prostych wyrażeń arytmetycznych, stosując reguły dotyczące kolejności wykonywania działań.	35
3.	**Podstawa programowa 2017** III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.	VII. Proporcjonalność prosta. Uczeń: 3) stosuje podział proporcjonalny.	76
4.	**Podstawa programowa 2012** II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	1. Liczby naturalne w dziesiątkowym układzie pozycyjnym. Uczeń: 2) interpretuje liczby naturalne na osi liczbowej.	46
5.	**Podstawa programowa 2012** II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	12. Obliczenia praktyczne. Uczeń: 9) w sytuacji praktycznej oblicza: drogę przy danej prędkości i danym czasie, prędkość przy danej drodze i danym czasie, czas przy danej drodze i danej prędkości; stosuje jednostki prędkości: km/h i m/s.	45
6.	**Podstawa programowa 2017** I. Sprawność rachunkowa. 1. Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub w działaniach trudniejszych pisemnie oraz wykorzystanie tych umiejętności w sytuacjach praktycznych.	II. Pierwiastki. Uczeń: 4) oblicza pierwiastek z iloczynu i ilorazu dwóch liczb, wyłącza liczbę przed znak pierwiastka i włącza liczbę pod znak pierwiastka; 5) mnoży i dzieli pierwiastki tego samego stopnia.	35
7.	**Podstawa programowa 2017** I. Sprawność rachunkowa. 1. Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub w działaniach trudniejszych pisemnie oraz wykorzystanie tych umiejętności w sytuacjach praktycznych.	I. Potęgi o podstawach wymiernych. Uczeń: 2) mnoży i dzieli potęgi o wykładnikach całkowitych dodatnich; 4) podnosi potęgę do potęgi.	47
8.	**Podstawa programowa 2017** II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.	XIII. Odczytywanie danych i elementy statystyki opisowej. Uczeń: 1) interpretuje dane przedstawione za pomocą tabel, diagramów słupkowych i kołowych, wykresów, w tym także wykresów w układzie współrzędnych; 3) oblicza średnią arytmetyczną kilku liczb.	76
9.	**Podstawa programowa 2012** II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	14. Zadania tekstowe. Uczeń: 3) dostrzega zależności między podanymi informacjami.	76

<table>
<tr><td>10.</td><td>Podstawa programowa 2017
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.
1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.</td><td>VI. Równania z jedną niewiadomą. Uczeń:
5) przekształca proste wzory, aby wyznaczyć zadaną wielkość we wzorach geometrycznych (np. pól figur) i fizycznych (np. dotyczących prędkości, drogi i czasu).</td><td>54</td></tr>
<tr><td rowspan="2">11.</td><td>Podstawa programowa 2012
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.</td><td>9. Wielokąty, koła, okręgi. Uczeń:
5) zna najważniejsze własności kwadratu, prostokąta, rombu, równoległoboku, trapezu.</td><td rowspan="2">34</td></tr>
<tr><td>Podstawa programowa 2017
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.
1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.</td><td>IX. Wielokąty. Uczeń:
2) stosuje wzory na pole trójkąta, prostokąta, kwadratu, równoległoboku, rombu, trapezu […].</td></tr>
<tr><td>12.</td><td>Podstawa programowa 2012
IV. Rozumowanie i tworzenie strategii.</td><td>14. Zadania tekstowe. Uczeń:
3) dostrzega zależności między podanymi informacjami.</td><td>62</td></tr>
<tr><td rowspan="2">13.</td><td>Podstawa programowa 2012
IV. Rozumowanie i tworzenie strategii.</td><td>14. Zadania tekstowe. Uczeń:
5) do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym stosuje poznaną wiedzę z zakresu arytmetyki i geometrii oraz nabyte umiejętności rachunkowe, a także własne poprawne metody.</td><td rowspan="2">62</td></tr>
<tr><td>Podstawa programowa 2017
IV. Rozumowanie i argumentacja.
1. Przeprowadzanie prostego rozumowania, podawanie argumentów uzasadniających poprawność rozumowania, rozróżnianie dowodu od przykładu.</td><td>V. Obliczenia procentowe. Uczeń:
5) stosuje obliczenia procentowe do rozwiązywania problemów w kontekście praktycznym, również w przypadkach wielokrotnych podwyżek lub obniżek danej wielkości.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">14.</td><td>Podstawa programowa 2012
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.</td><td>11. Obliczenia w geometrii. Uczeń:
1) oblicza obwód wielokąta o danych długościach boków.</td><td rowspan="2">50</td></tr>
<tr><td>Podstawa programowa 2017
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.
1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.</td><td>VIII. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. Uczeń:
8) zna i stosuje w sytuacjach praktycznych twierdzenie Pitagorasa (bez twierdzenia odwrotnego).</td></tr>
<tr><td>15.</td><td>Podstawa programowa 2017
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.
2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.</td><td>IX. Wielokąty. Uczeń:
2) stosuje wzory na pole trójkąta, prostokąta, kwadratu, równoległoboku, rombu, trapezu […].
III. Tworzenie wyrażeń algebraicznych z jedną i z wieloma zmiennymi. Uczeń:
3) zapisuje zależności przedstawione w zadaniach w postaci wyrażeń algebraicznych jednej lub kilku zmiennych.</td><td>39</td></tr>
</table>

16.	**Podstawa programowa 2017** IV. Rozumowanie i argumentacja. 1. Przeprowadzanie prostego rozumowania, podawanie argumentów uzasadniających poprawność rozumowania, rozróżnianie dowodu od przykładu.	VIII. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. Uczeń: 7) wykonuje proste obliczenia geometryczne wykorzystując sumę kątów wewnętrznych trójkąta i własności trójkątów równoramiennych; 9) przeprowadza dowody geometryczne […].	7
17.	**Podstawa programowa 2017** II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 3. Używanie języka matematycznego do opisu rozumowania i uzyskanych wyników.	XII. Wprowadzenie do kombinatoryki i rachunku prawdopodobieństwa. Uczeń: 1) wyznacza zbiory obiektów, analizuje i oblicza, ile jest obiektów, mających daną własność, w przypadkach niewymagających stosowania reguł mnożenia i dodawania.	43
18.	**Podstawa programowa 2017** III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.	VI. Równania z jedną niewiadomą. Uczeń: 4) rozwiązuje zadania tekstowe za pomocą równań pierwszego stopnia z jedną niewiadomą, w tym także z obliczeniami procentowymi.	40
19.	**Podstawa programowa 2012** IV. Rozumowanie i tworzenie strategii.	12. Obliczenia praktyczne. Uczeń: 4) wykonuje proste obliczenia kalendarzowe na dniach, tygodniach, miesiącach, latach. 14. Zadania tekstowe. Uczeń: 5) do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym stosuje poznaną wiedzę z zakresu arytmetyki i geometrii oraz nabyte umiejętności rachunkowe, a także własne poprawne metody.	67
20.	**Podstawa programowa 2012** IV. Rozumowanie i tworzenie strategii.	14. Zadania tekstowe. Uczeń: 5) do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym stosuje poznaną wiedzę z zakresu arytmetyki i geometrii oraz nabyte umiejętności rachunkowe, a także własne poprawne metody.	45
21.	**Podstawa programowa 2017** III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.	VIII. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. Uczeń: 8) zna i stosuje w sytuacjach praktycznych twierdzenie Pitagorasa (bez twierdzenia odwrotnego). XI. Geometria przestrzenna. Uczeń: 3) oblicza objętości i pola powierzchni ostrosłupów prawidłowych i takich, które nie są prawidłowe […].	22

Średnie wyniki uczniów w zakresie poszczególnych obszarów umiejętności



WYKRES 4. ŚREDNIE WYNIKI UCZNIÓW W ZAKRESIE POSZCZEGÓLNYCH OBSZARÓW UMIEJĘTNOŚCI

Komentarz

Egzamin ósmoklasisty z matematyki badał poziom opanowania przez zdających umiejętności określonych w podstawie programowej dla II etapu edukacyjnego sześcioletniej szkoły podstawowej[1] oraz dla klas VII i VIII ośmioletniej szkoły podstawowej[2].

Zestaw egzaminacyjny składał się z 21 zadań. Jedno zadanie dla tegorocznych ósmoklasistów okazało się bardzo trudne (poziom wykonania – 7%). Najliczniejszą grupę stanowiło jedenaście zadań, które były trudne (poziom wykonania od 22% do 47%). Sześć zadań było umiarkowanie trudnych (poziom wykonania od 50% do 68%) oraz trzy zadania łatwe (poziom wykonania – 76%). Nie było zadań bardzo łatwych. Uczniowie uzyskali średnio za rozwiązanie zadań zamkniętych 54% punktów możliwych do zdobycia, a za rozwiązanie zadań otwartych – 39% punktów.

Pierwsze wymaganie ogólne, czyli **sprawność rachunkowa**, sprawdzane było trzema zadaniami zamkniętymi: 2., 6. i 7. Zdający uzyskali za ich rozwiązanie średnio 39% punktów możliwych do zdobycia. Wszystkie zadania były dla uczniów trudne. Najłatwiejsze z nich, zadanie 7., wymagało zastosowania własności działań na potęgach. Poprawną odpowiedź wybrało 47% uczniów. Często, bo aż 32% uczniów, wskazało błędną odpowiedź $3^{17} : 9$. W zadaniu 2. należało obliczyć wartość wyrażenia zawierającego działania na ułamkach zwykłych. Poprawnie rozwiązało je 35% zdających. W zadaniu tym także 35% uczniów zastosowało błędną kolejność wykonywania działań, a co piąty uczeń wynik iloczynu dwóch liczb ujemnych zapisał błędnie jako liczbę ujemną. Zadanie 6. wymagało obliczenia wartości wyrażenia arytmetycznego dotyczącego różnicy i iloczynu pierwiastków. Poprawną odpowiedź wybrało 35% uczniów. Różnicę pierwiastków niepoprawnie obliczyło 50% uczniów.

Drugie wymaganie ogólne, czyli **wykorzystanie i tworzenie informacji**, sprawdzane było sześcioma zadaniami, w tym pięcioma zamkniętymi (zadania 1., 4., 5., 8. i 9.) i jednym otwartym (zadanie 17.). Zdający uzyskali za ich rozwiązanie średnio 57% punktów możliwych do zdobycia. Najłatwiejsze w tym obszarze okazały się dwa zadania zamknięte 8. i 9. – za każde z nich ósmoklasiści uzyskali średnio 76% punktów możliwych do zdobycia. Rozwiązanie pierwszego z tych zadań wymagało umiejętności interpretowania danych przedstawionych na diagramie oraz obliczania średniej arytmetycznej. W zadaniu 9. uczniowie wykazywali się wyobraźnią przestrzenną i dopasowywali rozrysowaną siatkę sześcianu do właściwie złożonego z niej modelu bryły. Umiarkowanie trudne w tym obszarze okazało się zadanie 1. – na dobieranie. W zadaniu tym uczniowie, po analizie danych zawartych w tabeli i wykonaniu prostych obliczeń pamięciowych, dokonywali uzupełnienia

[1] Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 27 sierpnia 2012 r. w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz kształcenia ogólnego w poszczególnych typach szkół (Dz.U. z 2012 r. poz. 977, ze zm.).

[2] Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 14 lutego 2017 r. w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz podstawy programowej kształcenia ogólnego dla szkoły podstawowej, w tym dla uczniów z niepełnosprawnością intelektualną w stopniu umiarkowanym lub znacznym, kształcenia ogólnego dla branżowej szkoły I stopnia, kształcenia ogólnego dla szkoły specjalnej przysposabiającej do pracy oraz kształcenia ogólnego dla szkoły policealnej (Dz.U. z 2017 r. poz. 356, ze zm.); II etap edukacyjny: klasy VII i VIII.

dwóch zdań dotyczących drogi przebytej przez rowerzystę w określonym czasie. Dwa zdania prawidłowo uzupełniło 68% ósmoklasistów.

Największą grupę zadań w tym obszarze stanowiły zadania trudne, wśród których są dwa zamknięte (zadania 4. i 5.) i jedno otwarte (zadanie 17.). W zadaniu 4. typu prawda-fałsz 46% uczniów bezbłędnie oceniło oba zdania. Zadanie to sprawdzało umiejętność interpretowania położenia liczb naturalnych na osi liczbowej. Łatwiej było uczniom obliczyć odległość pomiędzy punktami niż wyznaczyć współrzędne punktu położonego na osi liczbowej. W zadaniu 5., sprawdzającym umiejętność obliczenia czasu (przy danej drodze i danej prędkości) w sytuacji praktycznej, uczniowie udzielili 45% prawidłowych odpowiedzi. Mimo zamieszczonych rysunków pomocniczych przedstawiających tę sytuację 38% uczniów nie uwzględniło faktu, że pokonana droga musi uwzględniać czas, który upłynął od momentu wjazdu czoła pociągu do tunelu do momentu wyjazdu z tunelu końca ostatniego wagonu.

Ostatnim zadaniem z grupy zadań trudnych jest zadanie 17., otwarte, za które uczniowie mogli uzyskać maksymalnie 2 punkty. Opisana w treści i przedstawiona na rysunku pomocniczym sytuacja praktyczna wymagała wskazania wszystkich możliwości wyboru miejsc w przedziale pociągu przez dziewczęta, które planują wspólną podróż. W treści zadania określono warunki, jakie mają spełniać miejsca wybrane przez dziewczęta. I tak Edyta powinna zająć miejsce przy oknie, zaś Agnieszka – ustawione przodem do kierunku jazdy pociągu. Pełne rozwiązanie zadania wymagało podania wszystkich możliwości wyboru miejsc, z odpowiednim przyporządkowaniem ich numerów obu dziewczętom. Poprawnej odpowiedzi udzieliło 28% uczniów.

W przykładach 1., 2., 3., 4., 5. i 6. pokazano wzorcowe rozwiązania tego zadania ocenione na 2 punkty.

Przykład 1.

Edyta - 45, 46
Agnieszka - 42, 48, 44, 46

E - 45
A - 42 } 1 możliwość

E - 45
A - 48 } 2 możliwość

E - 45
A - 44 } 3 możliwość

E - 45
A - 46 } 4 możliwość

E - 46
A - 42 } 5 możliwość

E - 46
A - 48 } 6 możliwość

E - 46
A - 44 } 7 możliwość

Odpowiedź - Jest 7 możliwości wyboru miejsc spełniających warunki.

Ósmoklasiści przedstawiali rozwiązania w różnej formie np. w tabeli, na rysunku, co obrazują poniższe przykłady.

Przykład 2.

Edyta : 45 lub 46

Agnieszka : 42, 48, 44 lub 46

Edyta	45	46	45	46	45	46	45	~~46~~
Agnieszka	42	42	48	48	44	44	46	~~46~~

tabela wszystkich możliwości

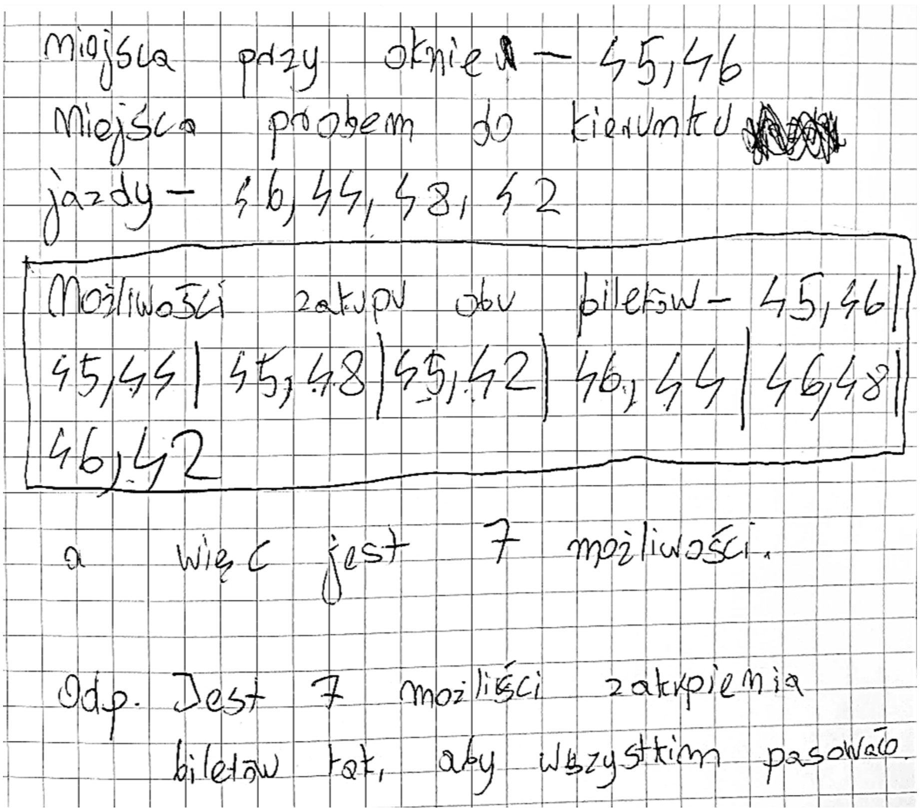
Przykład 3.

Edyta może wejść na miejscu 45 lub 46, a Agnieszka na miejscu 42, 48, 44 lub 46, lecz gdyby Agnieszka chciała wejść na miejscu 46, wtedy Edyta musiałaby wejść na miejscu 45.

możliwości

	Edyta	Agnieszka
1.	45	46
2.	45	44
3.	45	48
4.	45	42
5.	46	44
6.	46	48
7.	46	42

Przykład 4.


miejsca przy oknie – 45, 46
Miejsca przodem do kierunku jazdy – 46, 44, 48, 42

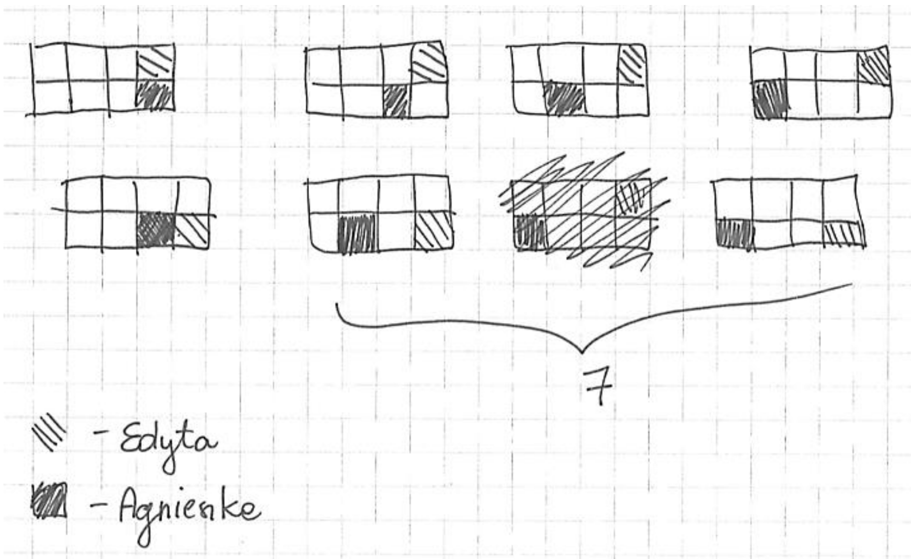
Możliwości zakupu obu biletów – 45, 46 | 45, 44 | 45, 48 | 45, 42 | 46, 44 | 46, 48 | 46, 42

a więc jest 7 możliwości.

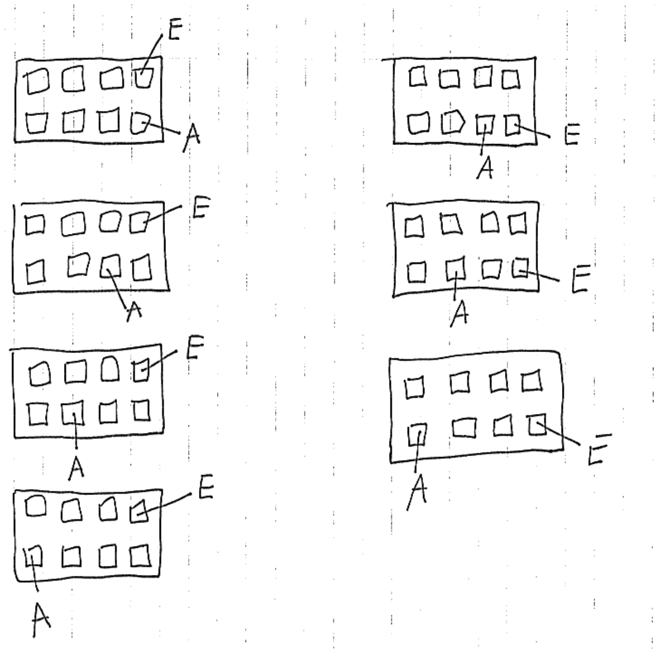
Odp. Jest 7 możliści zakupienia biletów tak, aby wszystkim pasowało.

Uczniowie w różny sposób zapisywali fakt, że nie ma możliwości, w której Agnieszka i Edyta jednocześnie siedziałyby na tym samym miejscu (przykłady 5. i 6.).

Przykład 5.



Przykład 6.



Dwa powyższe przykłady przedstawiają graficzny sposób rozwiązania zadania – wskazanie miejsc, które mogą jednocześnie zajmować dziewczęta, z podpisaniem ich pierwszą literą imienia.

Niepełne rozwiązanie zadania 17. przedstawiło 28% uczniów. Wskazali oni numery miejsc, które mogą zająć Agnieszka i Edyta bez podania par liczb spełniających warunki zadania lub popełnili inne błędy, co obrazują przykłady 7. i 8. Takie rozwiązania były oceniane na 1 punkt.

Przykład 7.

Edyta – 46, 45
Agnieszka – 42, 48, 44, 46

W przykładzie 7. uczeń prawidłowo wymienił wszystkie numery miejsc, które mogą zająć Edyta i Agnieszka, ale zabrakło właściwego połączenia ich w pary.

W przykładzie 8. uczeń prawidłowo wypisał wszystkie pary z numerami miejsc, gdy Edyta wybierze miejsce 46. Do pełnej odpowiedzi brakuje wskazania trzech możliwości wyboru miejsc przez Agnieszkę, gdy Edyta zajmie miejsce 45.

Przykład 8.

I możliwość: Edyta - 46
Agnieszka - 44

II: Edyta - 46
Agnieszka - 48

III: Edyta - 46
Agnieszka - 42

IV: Edyta - 45
Agnieszka - 46

Za to zadanie 43% uczniów uzyskało 0 punktów – przykłady 9.–12.

W przykładzie 9. przedstawiono rozwiązanie, w którym jednej z dziewcząt przypisano miejsca niespełniające warunków zadania.

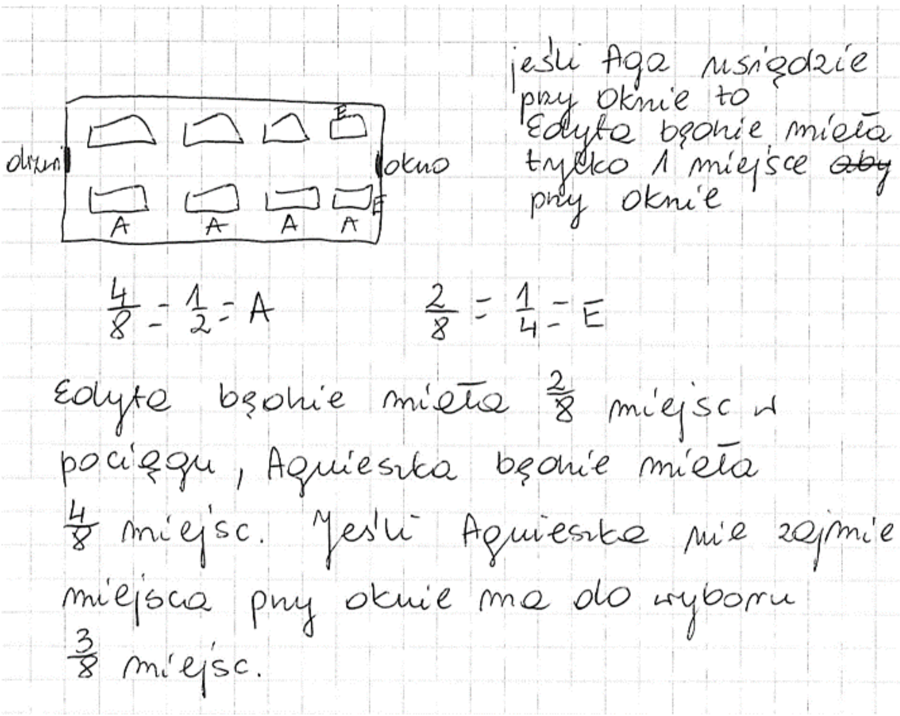
Przykład 9.

Edyta → przy oknie są 2 miejsca 45, 46
Agnieszka → co drugę miejsce jest przodem do kierunku jazdy 41, 42, 47, 44

Odp.: Edyta może usiąść na 45 albo 46 miejscu, a Agnieszka na 41, 42, 47 lub 44 miejscu.

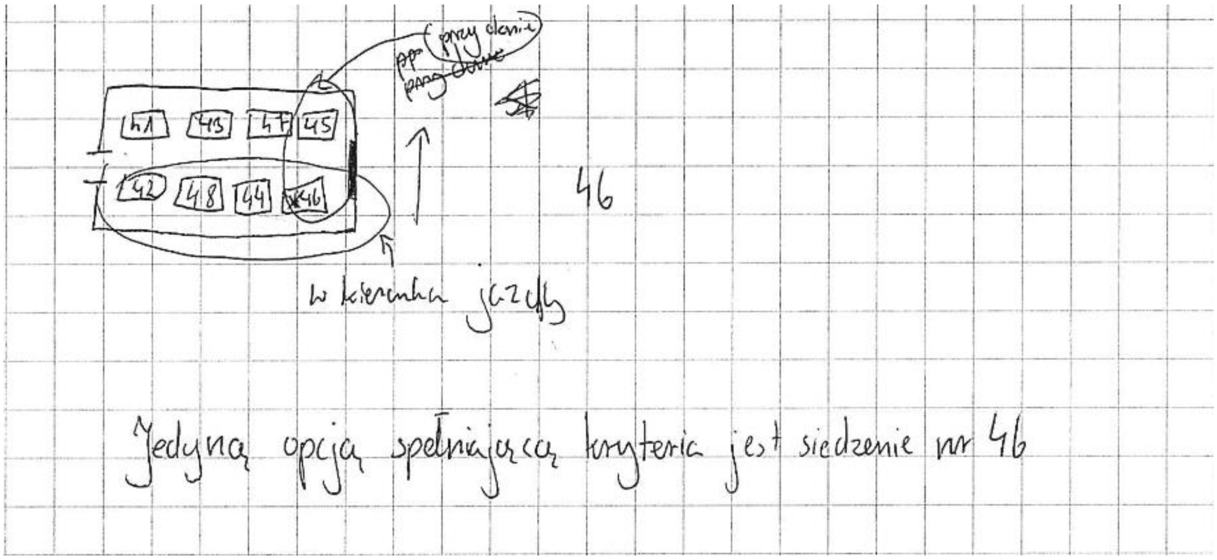
W poniższym rozwiązaniu uczeń oblicza prawdopodobieństwo zajmowania wybranych miejsc przez dziewczęta, co nie jest zgodne z poleceniem w zadaniu.

Przykład 10.



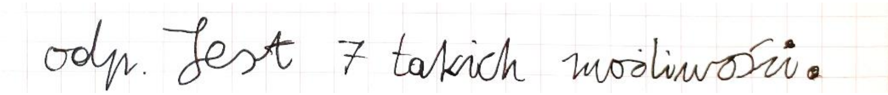
W przykładzie 11. uczeń zaznacza na rysunku warunki zadania, nie przypisując miejsc dziewczętom. Dodatkowo wskazuje miejsce 46, jako jedyne możliwe rozwiązanie.

Przykład 11.



W poniższym przykładzie uczeń podaje liczbę wszystkich możliwości, jednak nie wymienia numerów miejsc, które mogą zająć dziewczęta w przedziale pociągu. Takie rozwiązanie również zasługuje na 0 punktów, gdyż rozwiązanie nie spełnia podanych w zadaniu warunków.

Przykład 12.



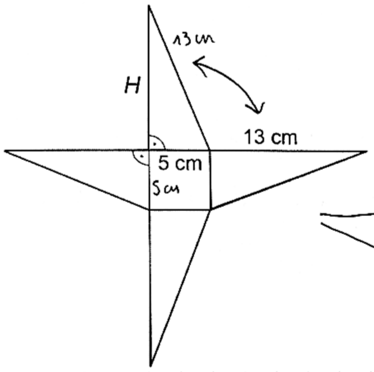
Trzecie wymaganie ogólne, czyli **wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji**, sprawdzane było siedmioma zadaniami, w tym pięcioma zamkniętymi (zadania 3., 10., 11., 14. i 15.) i dwoma otwartymi (zadania 18. i 21.). Za ich rozwiązanie zdający uzyskali średnio 40% punktów możliwych do zdobycia. Najłatwiejsze w tej grupie okazało się zadanie 3. Prawidłowych odpowiedzi udzieliło 76% piszących. Zadanie to sprawdzało umiejętność stosowania proporcjonalności prostej w kontekście praktycznym – w odniesieniu do kwot, które na zakup auta wpłacili, w podanym stosunku, trzej właściciele firmy.

W grupie zadań umiarkowanie trudnych znalazły się dwa zadania 10. i 14. Pierwsze z nich sprawdzało umiejętność wykonywania przekształceń wyrażeń algebraicznych. Prawidłowych odpowiedzi udzieliło 54% ósmoklasistów. Natomiast 36% uczniów, przekształcając wzór na pole trapezu, nie potrafiło prawidłowo pomnożyć obustronnie równania przez 2. Zadanie 14. sprawdzało umiejętność obliczenia obwodu trójkąta prostokątnego powstałego w trójkącie równobocznym po narysowaniu jednej z wysokości tego trójkąta. Prawidłowej odpowiedzi udzieliło 50% uczniów.

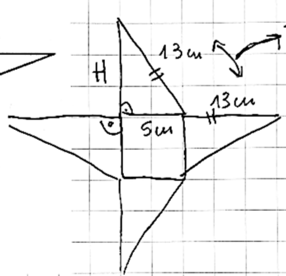
Zadania 11., 15., 18. i 21. należą do grupy zadań trudnych. W zadaniu 11. typu prawda-fałsz, znając długość boku i jeden z kątów rombu, uczniowie oceniali prawdziwość podanych zdań. Dwa zdania poprawnie oceniło 34% uczniów; 80% uczniów zauważyło, że krótsza przekątna rombu dzieli ten romb na dwa trójkąty równoboczne, natomiast 46% zdających poradziło sobie z obliczeniem pola rombu. W zadaniu 15. prawidłowej odpowiedzi udzieliło 39% uczniów, wskazując wyrażenie algebraiczne opisujące pole przedstawionego trójkąta. Około 30% ósmoklasistów nie podzieliło przez 2 iloczynu wielkości opisujących długość podstawy i wysokość trójkąta. Natomiast 22% zdających nie potrafiło poprawnie ustalić podstawy trójkąta, na którą opuszczona była jedna z jego wysokości. Zadanie 18., to zadanie otwarte, za rozwiązanie którego można było uzyskać maksymalnie 2 punkty. Zadanie osadzone w kontekście praktycznym umożliwiało uczniom zaprezentowanie różnych, często nieschematycznych sposobów rozwiązania, które szerzej omówiono w dalszej części opracowania. Za rozwiązanie zadania 18. zdający uzyskali średnio 40% punktów możliwych do zdobycia.

Najtrudniejszym dla uczniów zadaniem z obszaru **wykorzystania i interpretowania reprezentacji** okazało się otwarte zadanie 21. z zakresu geometrii przestrzennej. Zadanie dotyczyło obliczenia objętości ostrosłupa, którego siatkę i długości dwóch jego krawędzi przedstawiono na rysunku. Pierwszym kluczowym etapem rozwiązania zadania było właściwe rozpoznanie bryły, która nie jest typowym ostrosłupem. Uczeń, który poprawnie wyznaczył wysokość ostrosłupa, stosując twierdzenie Pitagorasa, oraz prawidłowo, bez błędów rachunkowych, obliczył objętość bryły otrzymywał maksymalną liczbę 3 punktów. Poniższe przykłady, 13. i 14., obrazują w pełni poprawne rozwiązania tego zadania.

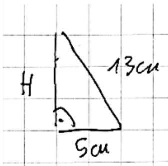
Przykład 13.



$P_p = (5cm)^2 = 25 cm^2$



te dwa boki się sklejają, więc muszą być równe



z tw. Pitagorasa

$H^2 + 5^2 = 13^2$

$H^2 + 25 = 169 \quad /-25$

$H^2 = 144$

$H = \sqrt{144}$

$H = 12\ (cm)$

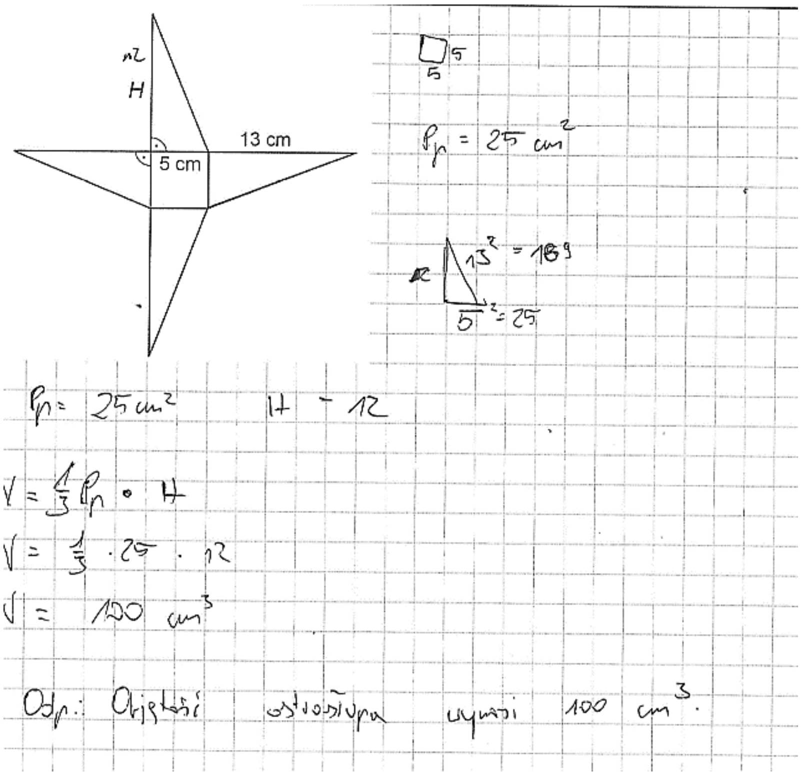
$V_{ostrosłupa} = \frac{1}{3} \cdot P_p \cdot H$

$\cancel{V = 25 cm^2}$

$V = 25cm^2 \cdot \overset{4}{\cancel{12}}cm \cdot \frac{1}{\underset{1}{\cancel{3}}} = 100 cm^3$

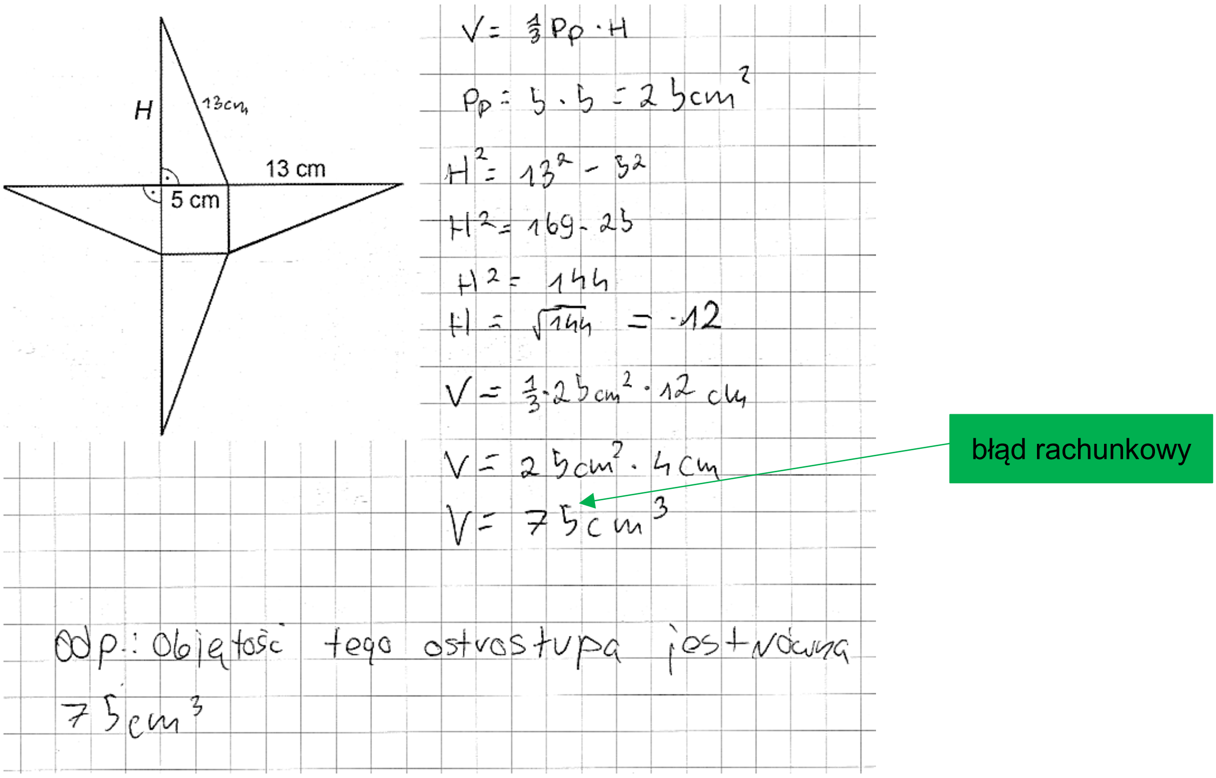
Odp: Objętość ostrosłupa wynosi $100cm^3$

Przykład 14.

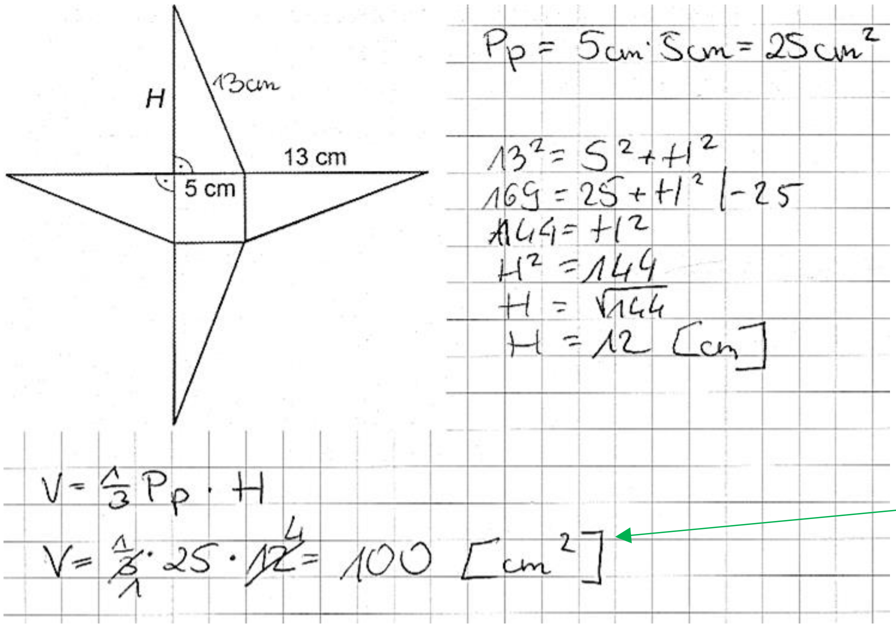


Przykłady 15. i 16. przedstawiają rozwiązania ocenione na 2 punkty – uczeń zastosował poprawne sposoby obliczania wysokości i objętości ostrosłupa, ale w trakcie rozwiązywania popełnił błąd rachunkowy albo końcowy wynik zapisał z niewłaściwą jednostką objętości.

Przykład 15.



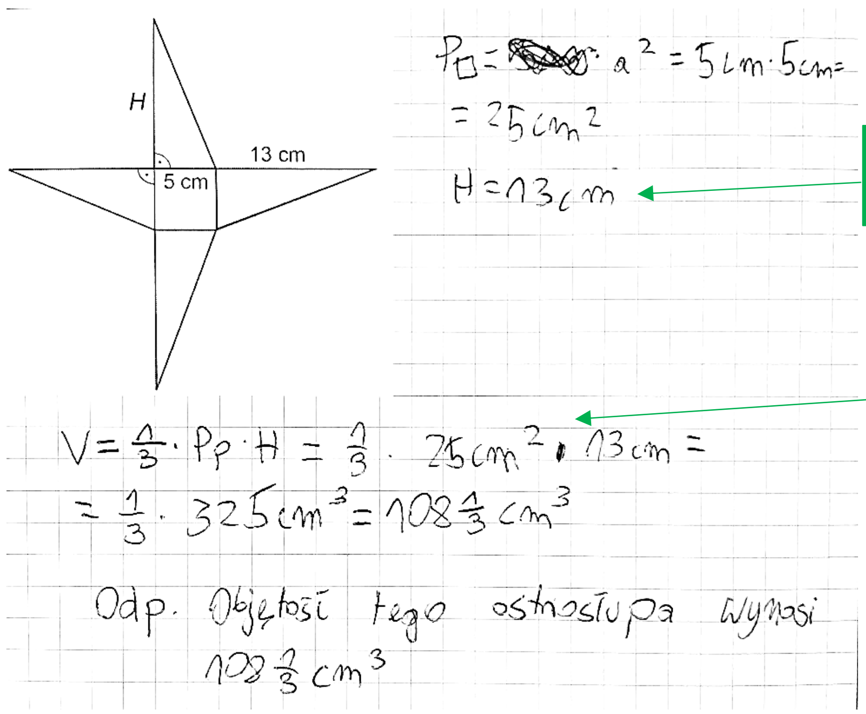
Przykład 16.



błąd w zapisie jednostki objętości

Najczęściej popełnianym przez ósmoklasistów błędem było utożsamienie krawędzi bocznej ostrosłupa z jego wysokością. Jeżeli uczeń przyjął, że wysokość ostrosłupa jest równa 13 cm, zastosował poprawny sposób obliczenia objętości i doprowadził rozwiązanie zadania do końca, to mógł otrzymać maksymalnie 1 punkt (przykład 17.).

Przykład 17.

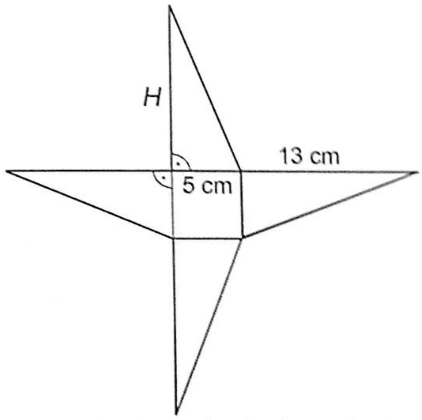


podanie błędnej wysokości ostrosłupa

prawidłowy sposób obliczenia objętości

W przykładzie 18. uczeń poprawnie wyznaczył wysokość ostrosłupa, ale nie dokończył rozwiązania zadania, zatem otrzymał 1 punkt.

Przykład 18.



Wymiary trójkąta

13, 5, h

Obliczenia

$h^2 + 5^2 = 13^2$

$h^2 = 13^2 - 5^2$

$h^2 = 169 - 25$

$h^2 = 144$

$h = 12$

Czwarte wymaganie ogólne, czyli **rozumowanie i argumentacja** sprawdzano dwoma zadaniami zamkniętymi (zadania 12. i 13.) i trzema zadaniami otwartymi (zadania 16., 19., 20.). Za rozwiązanie tych zadań uczniowie uzyskali średnio 48% punktów możliwych do zdobycia. Jedno zadanie otwarte (zadanie 16.) okazało się bardzo trudne i jednocześnie było najtrudniejszym zadaniem w arkuszu – poziom wykonania wyniósł 7%. Zadaniem uczniów było uzasadnienie, że jeżeli w trójkącie miara jednego z kątów jest równa różnicy miar dwóch pozostałych kątów, to ten trójkąt jest prostokątny. W tym celu uczniowie powinni wykorzystać podaną w treści zadania zależność między miarami kątów tego trójkąta oraz własność dotyczącą sumy miar kątów trójkąta. Za poprawne uzasadnienie można było uzyskać maksymalnie 2 punkty – przykłady 19., 20. i 21.

Przykład 19.

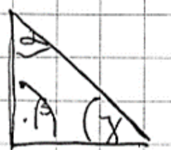
$180° = \beta - \gamma + \beta + \gamma$

$180° = 2\beta \quad |:2$

$90° = \beta$

Odp. Jeden z kątów ma miarę 90°, więc trójkąt jest prostokątny

Przykład 20.



lub

$\alpha = \beta - \gamma$	$\alpha = \gamma - \beta$
$180^\circ = \beta + \gamma + (\beta - \gamma)$	$180^\circ = \beta + \gamma + (\gamma - \beta)$
$180^\circ = \beta + \gamma + \beta - \gamma$	$180^\circ = \beta + \gamma + \gamma - \beta$
$180^\circ = 2\beta$	$180^\circ = 2\gamma$
$\beta = 90^\circ$	$\gamma = 90^\circ$

$\sphericalangle \beta$ (lub $\sphericalangle \gamma$) jest kątem prostym, więc trójkąt jest prostokątny.

W powyższym przykładzie ósmoklasista rozważa dwie możliwości rozwiązania zadania.

Przykład 21.

$\alpha = \beta - \gamma$

$\beta = \alpha + \gamma$

$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$

$\alpha + \alpha + \gamma + \gamma = 180^\circ$

$2\alpha + 2\gamma = 180^\circ$

$2(\beta - \gamma) + 2\gamma = 180^\circ$

$2\beta - 2\gamma + 2\gamma = 180^\circ$

$2\beta = 180^\circ \quad |:2$

$\beta = 90^\circ$

Aby uzyskać 1 punkt uczeń powinien zapisać równanie pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi, uwzględniające zależności między miarami kątów w trójkącie, oraz własność dotyczącą sumy miar kątów w trójkącie albo zapisać kąt β lub kąt γ w postaci sumy dwóch pozostałych kątów trójkąta oraz sumę miar wszystkich kątów w trójkącie (przykłady 22. i 23.).

Przykład 22.

$\alpha+\beta+\gamma=180^\circ$

$\alpha=\beta-\gamma$

$\beta-\gamma+\beta+\gamma=180^\circ$

Przykład 23.

$\alpha+\beta+\gamma=180^\circ$

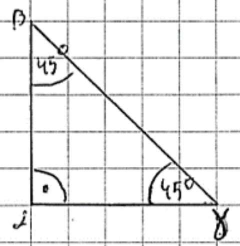
$\beta=\alpha+\gamma$

Bardzo często popełnianym przez ósmoklasistów błędem było oparcie uzasadnienia na konkretnych miarach kątów. Za taki sposób rozwiązania, zdający otrzymywali 0 punktów – ilustrują to przykłady 24.–26.

Przykład 24.

Ten trójkąt jest prostokątny, gdyż ma on kąty $45^\circ, 45^\circ, 90^\circ$

$45^\circ+45^\circ=90^\circ$ ← wynik różnicy liczb

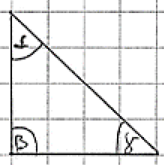


Kiedy dwa kąty mają miarę 45°, to trzeci musi mieć 90°, gdyż miara wszystkich kątów wewnętrznych w trójkącie wynosi 180°.

$45^\circ+45^\circ+90^\circ=180^\circ$

rozwiązanie zadania oparte na konkretnych miarach kątów

Przekład 25.



$\beta - \gamma = \alpha$

Jeden z kątów jest prostokątny.

Suma miar kątów trójkąta jest równa 180°

Po odjęciu kąta prostego zostaje 90°.

Gdy od 90° odejmiemy kąt który nie jest prostokątny, zawsze ~~różnicy~~ różnica będzie miarą drugiego kąta.

$90^\circ - \gamma = \alpha$

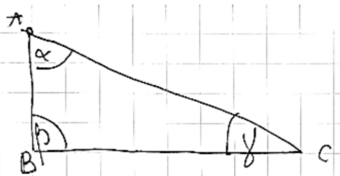
$90^\circ - \alpha = \gamma$

$90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$ $\quad 90^\circ + 30^\circ + 60^\circ = 180^\circ$

$90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$

$90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$ $\quad 90^\circ + 45^\circ + 45^\circ = 180^\circ$

Przykład 26.



$\alpha = \beta - \gamma$

$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$

rozwiązanie zadania oparte na założeniu, że jeden z kątów trójkąta ma miarę 90°

Przyjmijmy, że $\beta = 90^\circ$

↳ czyli $\alpha + 90^\circ + \gamma = 180^\circ \quad / -90^\circ$

$\alpha + \gamma = 90^\circ$

$\alpha = \beta - \gamma$

$\alpha = 90^\circ - \gamma$

przyjmijmy, że $\gamma = 60^\circ$

$\alpha = 90^\circ - 60^\circ$

$\alpha = 30^\circ$

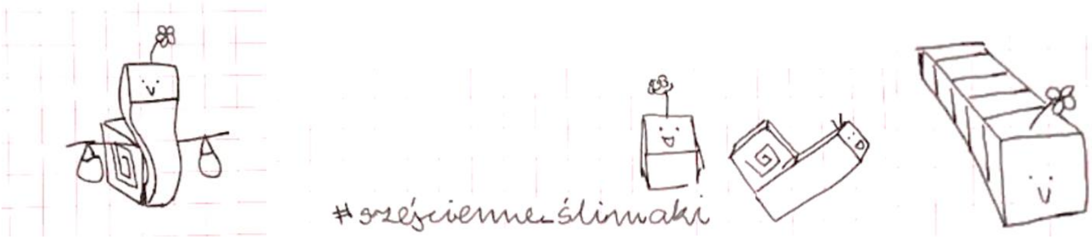
$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$

$30^\circ + 90^\circ + 60^\circ = 180^\circ$

C.B.D.O.

W przykładach 25. i 26. uczniowie przyjęli założenie, że jeden z kątów tego trójkąta ma miarę 90°, a to należało wykazać.

W obszarze umiejętności **rozumowania i argumentacji** trzy zadania, w tym dwa zamknięte – 12. i 13. i jedno otwarte – 19. okazały się umiarkowanie trudne, zaś jedno – zadanie 20. – trudne. W obu zadaniach zamkniętych uczniowie uzyskali po 62% punktów możliwych do zdobycia. W zadaniu 12. na dobieranie uczniowie na podstawie rysunku i danych przedstawionych w tabeli powinni dostrzec zależności pomiędzy kształtami łamanych i uzupełnić dwa zdania dotyczące tych figur. Łamane, których długości ósmoklasista miał obliczyć zainspirowały jednego z uczniów do twórczych rysunków.



W zadaniu 13. osadzonym w kontekście praktycznym, uczniowie po wykonaniu działań na ułamkach zwykłych i procentach, wskazywali sklep, w którym cena towaru po obniżce była najniższa. W otwartym zadaniu 19. zdający uzyskali średnio 67% punktów za prawidłowe rozwiązania. Uczniowie, opierając się na przeliczeniach kalendarzowych, obliczali, ile poduszek uszyto w zakładzie krawieckim w podanym miesiącu 2020 r. Zadanie 20. (poziom wykonania 45%) dotyczyło obliczenia kosztu zakupu pewnego towaru.

Rozwiązania zadań 13., 19. i 20. zostały szczegółowo omówione w dalszej części opracowania.

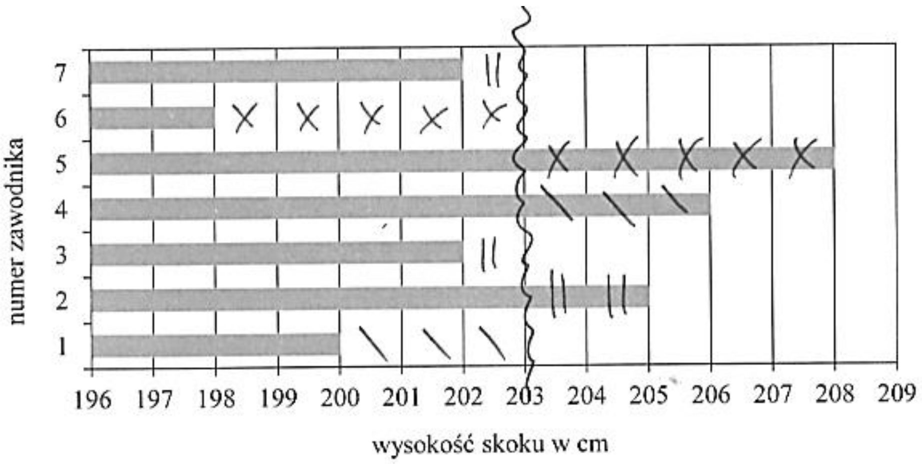
„Pod lupą”. *Matematyka na co dzień* – różnorodność strategii rozwiązywania zadań z kontekstem praktycznym

Ważną życiową kompetencją jest zdolność wykorzystania matematycznego myślenia do rozwiązywania problemów pojawiających się w codziennych sytuacjach. Jeżeli uczeń spotyka się z zadaniem dotyczącym życiowej sytuacji z którą zetknął się wcześniej, to analiza zadanego problemu może być dla niego łatwiejsza. Zadania z kontekstem praktycznym mają zwykle kilka różnorodnych sposobów rozwiązania, co zachęca ucznia do podjęcia próby rozwikłania zadanego problemu.

W arkuszu zastosowanym na egzaminie były zadania, przy rozwiązaniu których należało rozpatrzyć w przemyślany sposób opisane sytuacje nawiązujące do doświadczeń ucznia. Poruszana problematyka dotyczyła pięciu zadań zamkniętych: 1., 3., 5., 8. i 13. oraz trzech zadań otwartych: 18., 19. i 20. Średni poziom wykonania ośmiu wymienionych zadań wyniósł 57%. Ósmoklasiści lepiej poradzili sobie z zadaniami zamkniętymi – średni poziom wykonania jest równy 65%, natomiast gorzej z – otwartymi, które wymagały zaplanowania kilku etapów rozwiązania – średni poziom wykonania to 52%. Najsłabiej w tej grupie zadań wypadło zadanie 18., za rozwiązanie którego uczniowie mogli uzyskać maksymalnie 2 punkty.

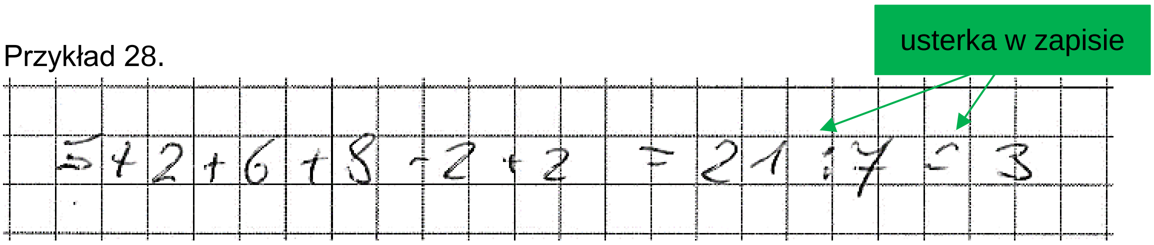
Trzy spośród wymienionych pięciu zadań zamkniętych, których treść nawiązywała do sytuacji praktycznych, sprawdzały umiejętność **wykorzystania i tworzenia informacji**. Najłatwiejsze dla uczniów okazało się zadanie 8. (poziom wykonania – 76%). Jego rozwiązanie wymagało zinterpretowania i przetworzenia danych przedstawionych na diagramie słupkowym obrazującym wyniki uzyskane przez zawodników uczestniczących w finale konkursu skoku wzwyż. Uczeń musiał wyznaczyć średnią arytmetyczną tych wyników, a następnie ustalić liczbę wyników wyższych od tej średniej. Co czwarty uczeń prawdopodobnie miał problem z obliczeniem (oszacowaniem) średniej arytmetycznej podanych liczb. Jedenaście procent zdających rozwiązało zadanie, uznając wartość tej średniej jako niższą od faktycznej, zaś 12% uczniów – wyższą od faktycznej.

Przykład 27.



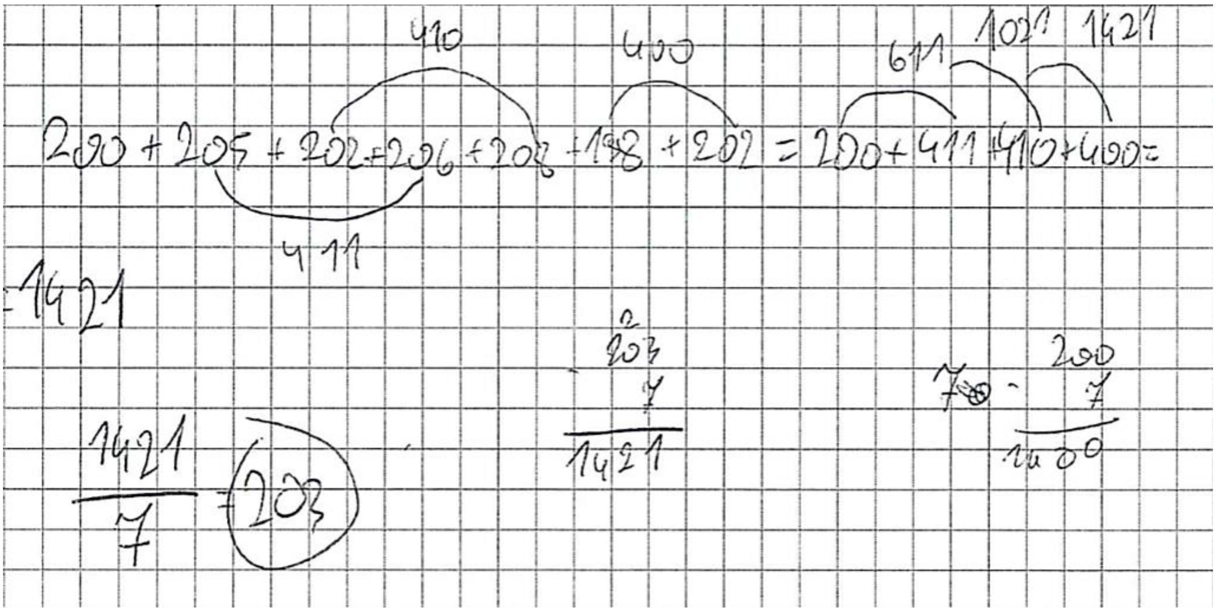
Liczby opisujące wysokość skoku każdego z uczestników konkursu, przedstawione na diagramie, były proste w oszacowaniu wartości średniej arytmetycznej wyników wszystkich uczestników konkursu. W powyższym przykładzie uczeń bez rachunków – graficznie – ustalił średnią arytmetyczną. Wskazanie liczby zawodników, którzy osiągnęli wynik wyższy niż ta średnia było już formalnością. Uczniowie pomysłowo radzili sobie z szacowaniem, co obrazuje przykład 28. W tym rozwiązaniu uczeń za pomocą prostego szacowania obliczył cyfrę jedności szukanej średniej. Zapewne ułatwieniem była praktyczna strona tego zadania, wszyscy zawodnicy wykonali skok, którego wysokość była równa około 200 cm, wystarczyło zatem obliczyć, ile centymetrów powyżej 200 średnio uzyskał zawodnik uczestniczący w konkursie. W zapisie ucznia pojawiła się usterka spotykana w pracach ósmoklasistów.

Przykład 28.

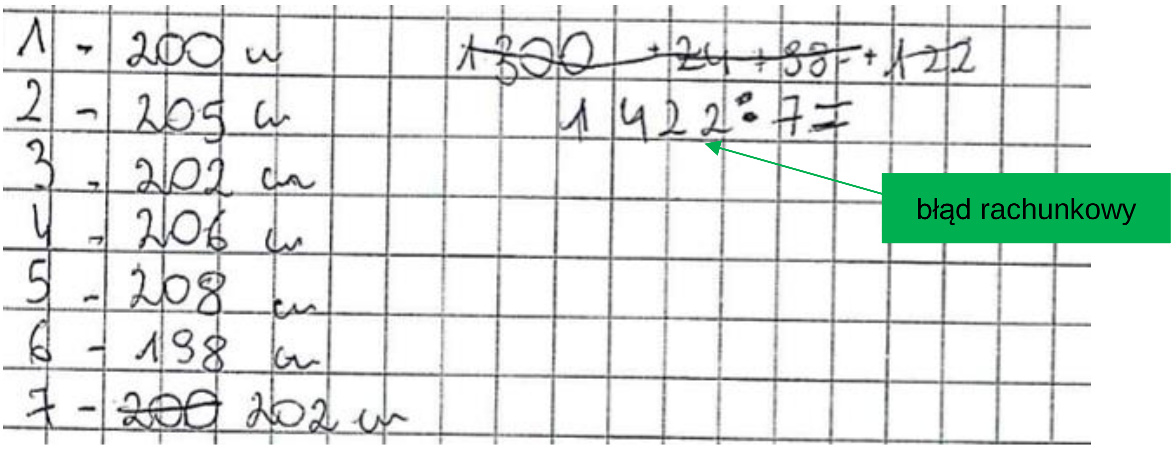


Mimo faktu, że przedstawione na wykresie dane prezentowały wartości, które można było łatwo pogrupować i obliczyć (przykład 29.), to rozwiązania uczniowskie zawierały jednak błędy rachunkowe (przykład 30.).

Przykład 29.

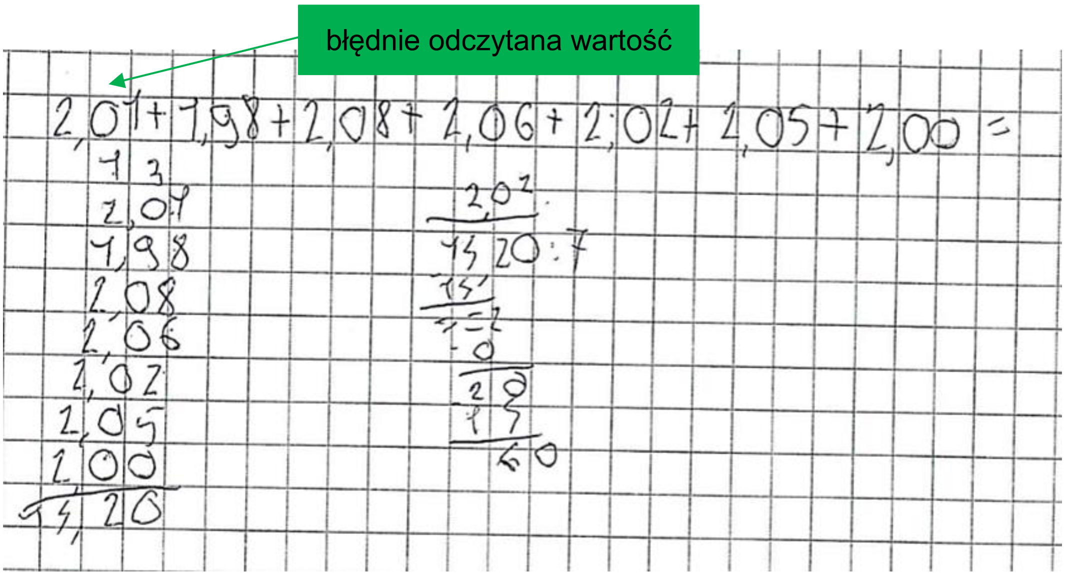


Przykład 30.



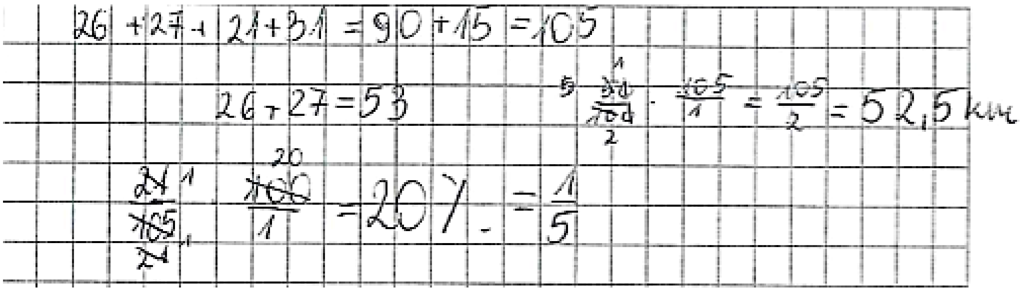
W rozwiązaniu zamieszczonym w przykładzie 31. uczeń poprawnie zamienił jednostkę długości, ale błędnie odczytał z diagramu wysokość skoku jednego z zawodników uczestniczących w konkursie.

Przykład 31.



Kolejnym zadaniem, którego treść nawiązywała do sytuacji praktycznej było zadanie 1. Dane potrzebne do rozwiązania zadania przedstawione były w tabeli. Dwa zdania poprawnie uzupełniło 68% ósmoklasistów. Aby poprawnie wybrać uzupełnienie pierwszego ze zdań, uczeń powinien na podstawie danych z tabeli obliczyć długość trasy przebytej łącznie w poniedziałek i we wtorek przez rowerzystę (53 km) oraz długość trasy przebytej podczas całego rajdu rowerowego (105 km). Następnie oszacować, jaką część całej trasy rajdu (mniej niż 50% czy więcej niż 50%) pokonał rowerzysta łącznie przez pierwsze dwa dni. Zdanie to można było także poprawnie uzupełnić, porównując długość trasy przebytej łącznie przez pierwsze dwa dni rajdu (53 km) z łączną długością pozostałych odcinków trasy (52 km). Z uzupełnieniem tego zdania poradziło sobie 88% uczniów. W drugim zdaniu sprawdzana była umiejętność opisania części danej całości za pomocą ułamka. Należało wskazać, jaki ułamek długości całej trasy rajdu (105 km) stanowiła długość trasy przebytej w środę (21 km). Z tym zdaniem poradziło sobie 76% uczniów. Co czwarty uczeń, wybrał odpowiedź $\frac{1}{4}$, która mogła wynikać z potraktowania środy jako jednego z czterech dni rajdu, zamiast odnieść się do długości całej trasy rajdu. Poniżej przykład poprawnego rozwiązania zamieszczonego w brudnopisie.

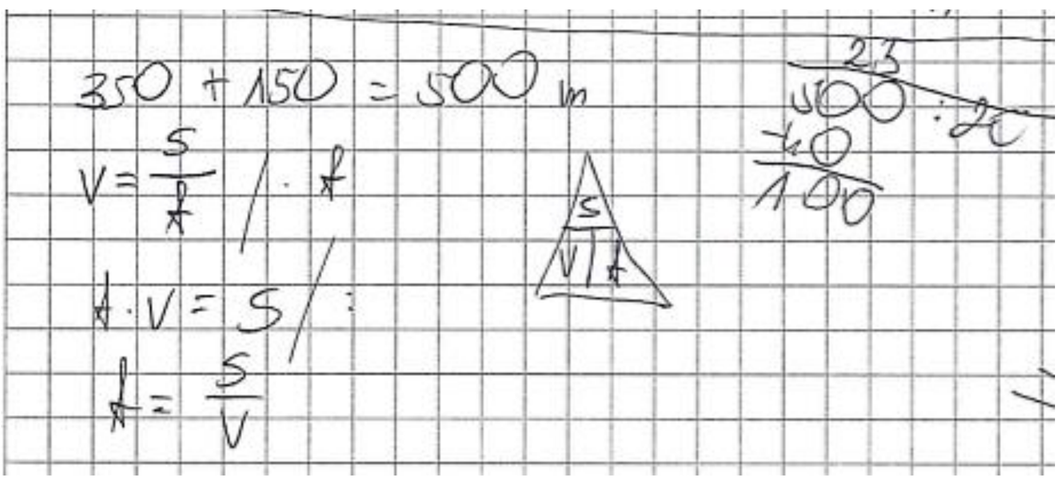
Przykład 32.



Najtrudniejszym zadaniem badającym poziom opanowania umiejętności **wykorzystania i tworzenia informacji** i jednocześnie najtrudniejszym zadaniem zamkniętym, którego treść nawiązywała do sytuacji praktycznej okazało się zadanie 5. Zadanie sprawdzało umiejętność obliczenia czasu przy danej drodze i danej prędkości. Treść zadania uzupełniały dwa rysunki. Na rysunku 1. przedstawiony był pociąg, którego czoło wjeżdżało do tunelu. Rysunek 2. przedstawiał ten sam pociąg w momencie wyjazdu z tunelu końca ostatniego wagonu. W zadaniu należało obliczyć czas, jaki upłynął od momentu wjazdu czoła pociągu do tunelu do momentu wyjazdu z tunelu końca ostatniego wagonu. Poprawną odpowiedź wskazało 45% ósmoklasistów. Zasadniczą trudnością w tym zadaniu było uwzględnienie długości pociągu przy obliczeniu czasu przejazdu pociągu przez tunel. 38% uczniów, obliczając czas przejazdu pociągu przez tunel, nie uwzględniło długości pociągu, a 11% ósmoklasistów nie uwzględniło długości tunelu.

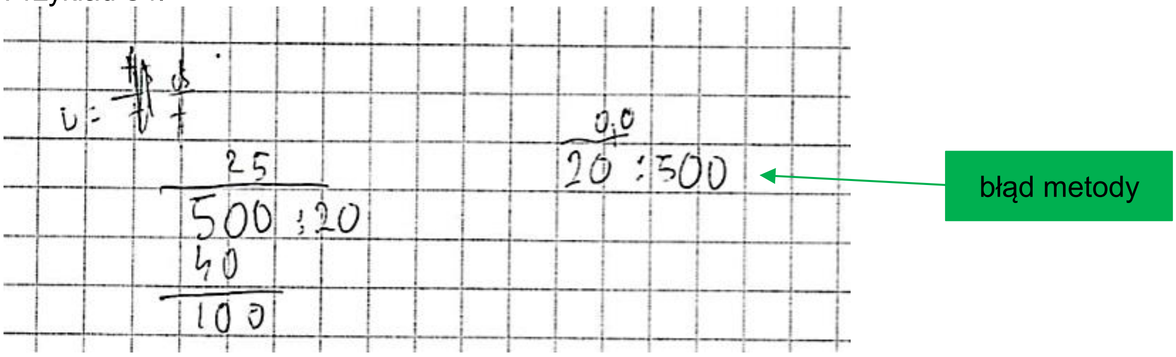
Poniższy przykład przedstawia poprawne rozwiązanie zamieszczone w brudnopisie. Uczniowie, rozwiązując zadanie, korzystali ze wzoru poznanego na lekcjach fizyki.

Przykład 33.



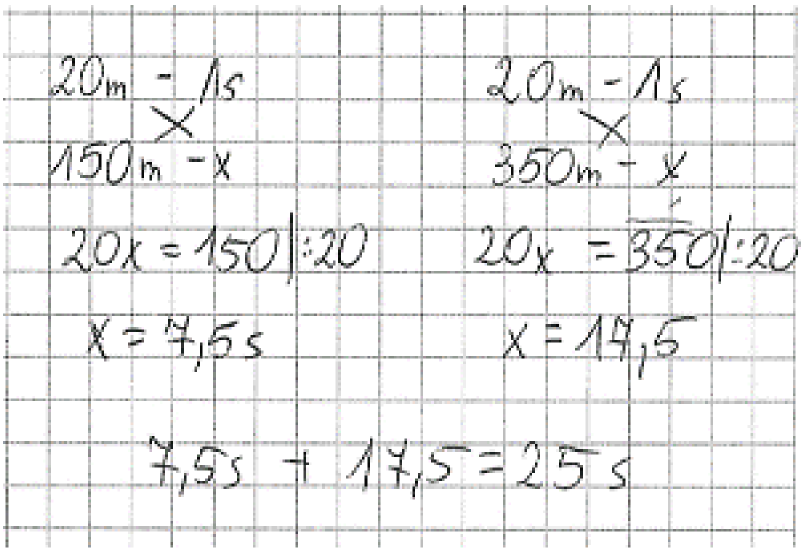
Przykład 34. obrazuje rozwiązanie, w którym uczeń poprawnie ustalił długość przebytej drogi, ale przedstawił poprawny i błędny sposób obliczenia czasu.

Przykład 34.



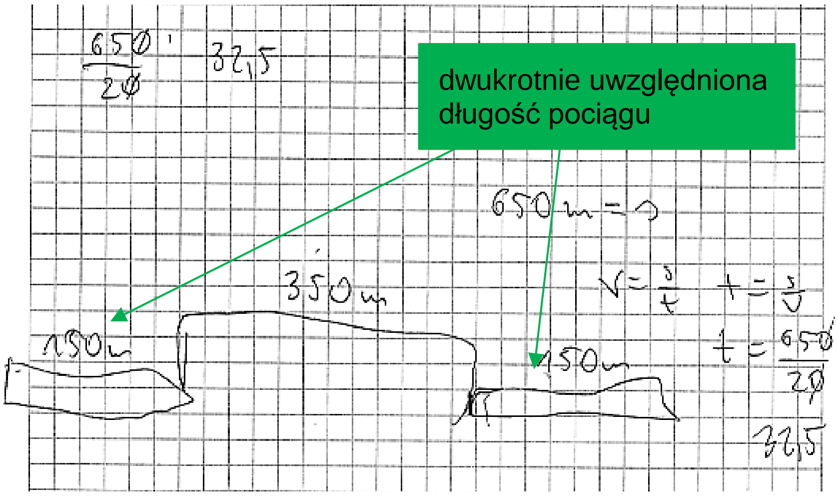
Ósmoklasiści w brudnopisach prezentowali różne sposoby rozwiązania postawionego problemu, nie wszyscy odwoływali się do wzorów fizycznych. Rozwiązanie zaprezentowane w przykładzie 35. polegało na wyznaczeniu wartości przyjmowanej jako wielkość wprost proporcjonalną w przypadku zależności proporcjonalnej (droga i czas). Zdający obliczył czas, jaki upłynął od momentu wjazdu czoła pociągu do tunelu do momentu wyjazdu z tunelu końca ostatniego wagonu jako sumę czasów potrzebnych na przejechanie drogi 150 m i 350 m.

Przykład 35.



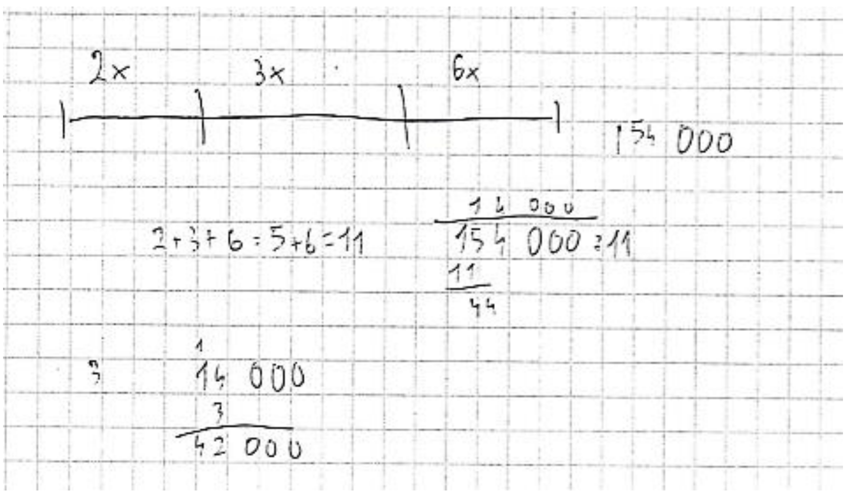
Trudności, na jakie napotykali zdający podczas analizy treści i rysunków zamieszczonych w zadaniu ilustruje rozwiązanie w przykładzie 36. Ósmoklasista nie potrafił ustalić długości drogi, jaką przebędzie pociąg przejeżdżając przez tunel.

Przykład 36.



Umiejętność dobierania modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w kontekście praktycznym sprawdzana była w zadaniu 3. – zamkniętym – i zadaniu 18. – otwartym. W zadaniu 3. na podstawie podziału w podanym stosunku należało obliczyć wkład jednego z właścicieli firmy w zakup samochodu dostawczego. Poprawną odpowiedź w tym zadaniu wskazało 76% ósmoklasistów. Dla 14% zdających atrakcyjna była kwota, którą wpłacił inny z właścicieli – prawdopodobnie zabrakło dokładnej analizy treści zadania. Wybrana kwota dotyczyła pierwszej z osób, tej która miała najmniejszy udział w zakupie samochodu. Dla około 7% uczniów dobrą odpowiedzią była 14 000 zł, co może świadczyć o tym, że poprawnie ustalona kwota bazowa potraktowana została jako właściwa odpowiedź. Poniżej przykład poprawnego rozwiązania z brudnopisu zdającego.

Przykład 37.



W zadaniu 18. na podstawie danych przedstawionych w treści zadania należało ustalić zależności pomiędzy liczbą zakupionych nagród, książek i e-booków. Uczeń musiał obmyślić strategię rozwiązania zadania. Ósmoklasiści najczęściej rozwiązywali je za pomocą równania, ale również pojawiły się inne ciekawe nieschematyczne sposoby rozwiązania zadania.

Poniżej zaprezentowano różne, poprawne sposoby rozwiązania problemu postawionego w zadaniu.

W przykładzie 38. uczeń za niewiadomą x przyjął liczbę wszystkich nagród. Ustalił, że skoro książki stanowią $\frac{2}{3}$ wszystkich kupionych nagród, a e-booków jest o 8 mniej niż książek zapisał poprawne równanie $\frac{2}{3}x + \frac{2}{3}x - 8 = x$ i bezbłędnie je rozwiązał. Na uwagę zasługuje fakt dokonania przez ucznia sprawdzenia poprawności otrzymanego wyniku.

Przykład 38.

Książki: $\frac{2}{3}x \longrightarrow \overset{8}{\cancel{24}} \cdot \frac{2}{\cancel{3}_1} = 16$

e-booki: $\frac{2}{3}x - 8 \longrightarrow 16 - 8 = 8$

$\frac{2}{3}x + \frac{2}{3}x - 8 = x$

$\frac{4}{3}x - 8 = x$

$-8 = 1x - 1\frac{1}{3}x$

$-8 = -\frac{1}{3}x \quad / \cdot 3$

$24 = x$

Odp: Kupiono 16 książek.

W poniższym przykładzie uczeń także za niewiadomą x przyjął liczbę wszystkich nagród. Zauważył, że skoro książki stanowią $\frac{2}{3}$ wszystkich nagród to e-booki stanowią $\frac{1}{3}$ wszystkich nagród i jest ich o 8 mniej niż książek. Zdający otrzymał poprawne równanie $\frac{2}{3}x - 8 = \frac{1}{3}x$, które rozwiązał bezbłędnie.

Przykład 39.

kupione książki	$\frac{2}{3}x$	$\frac{2}{3}x$
kupione e-booki	$\frac{1}{3}x$	$\frac{2}{3}x - 8$

$\frac{2}{3}x - 8 = \frac{1}{3}x \quad / - \frac{1}{3}x$

$\frac{2}{3}x - \frac{1}{3}x - 8 = \frac{1}{3}x - \frac{1}{3}x$

$\frac{1}{3}x - 8 = 0 \quad / + 8$

$\frac{1}{3}x - 8 + 8 = 0 + 8$

$\frac{1}{3}x = 8 \quad / \cdot \frac{3}{1}$

$\frac{1}{3} \cdot x \cdot \frac{3}{1} = 8 \cdot \frac{3}{1}$

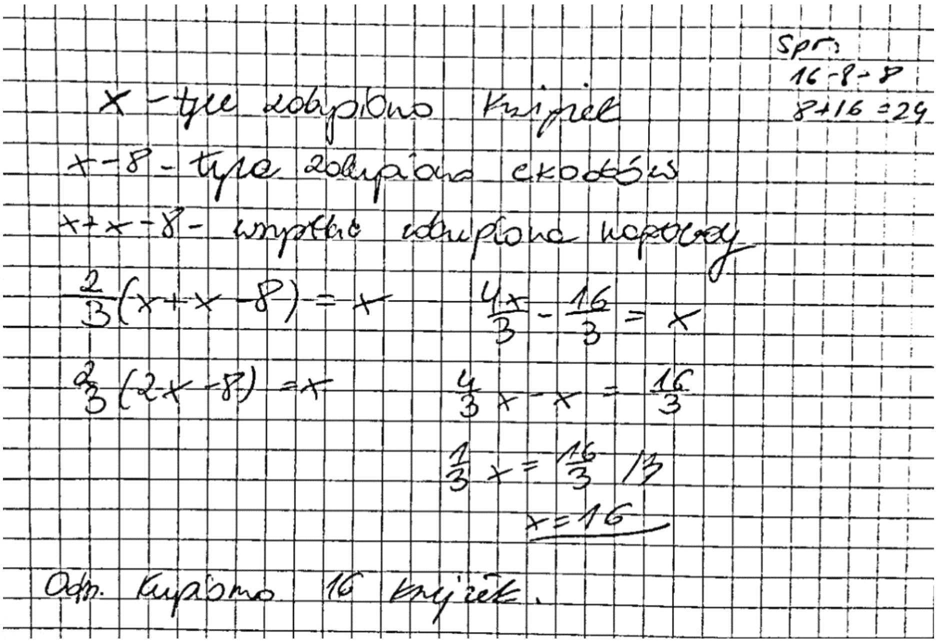
$x = 24$

$\frac{2}{3}x = \frac{2}{3} \cdot 24 = \frac{48}{3} = 16$

Odp: Kupiono 16 książek.

W rozwiązaniu przedstawionym w przykładzie 40. uczeń za niewiadomą x przyjął liczbę książek. Zauważył, że skoro książki stanowią $\frac{2}{3}$ wszystkich nagród, a e-booków jest o 8 mniej niż książek zapisał równanie $\frac{2}{3}(x + x - 8) = x$, które rozwiązał bezbłędnie. Sprawdził też poprawność otrzymanego wyniku.

Przykład 40.



x – tyle zakupiono książek

$x-8$ – tyle zakupiono ebooków

$x+x-8$ – wszystkie zakupione nagrody

$\frac{2}{3}(x+x-8)=x$

$\frac{2}{3}(2x-8)=x$

$\frac{4x}{3}-\frac{16}{3}=x$

$\frac{4}{3}x-x=\frac{16}{3}$

$\frac{1}{3}x=\frac{16}{3}\ /\cdot 3$

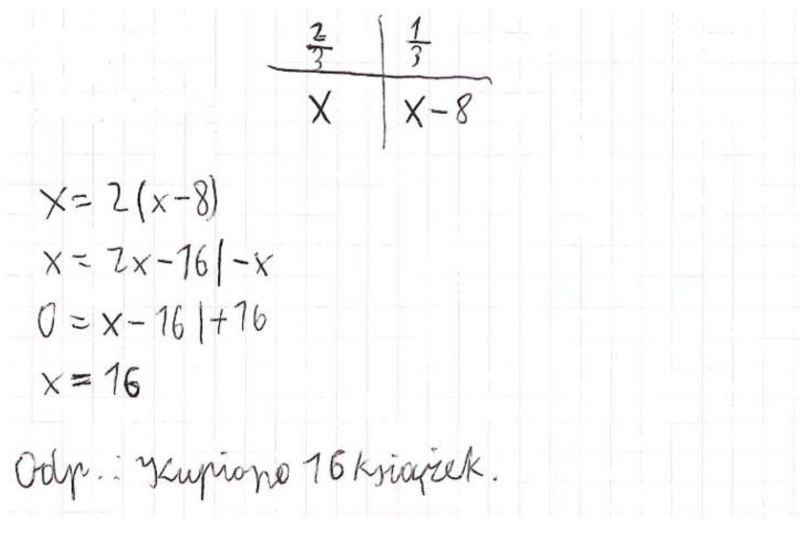
$x=16$

Spr.:
$16-8=8$
$8+16=24$

Odp. Kupiono 16 książek.

W rozwiązaniu zaprezentowanym w przykładzie 41. zdający zauważył, że książek jest dwa razy więcej niż e-booków. Ułożone równanie nie zawierało już ułamków.

Przykład 41.



$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$
x	$x-8$

$x=2(x-8)$

$x=2x-16\ |-x$

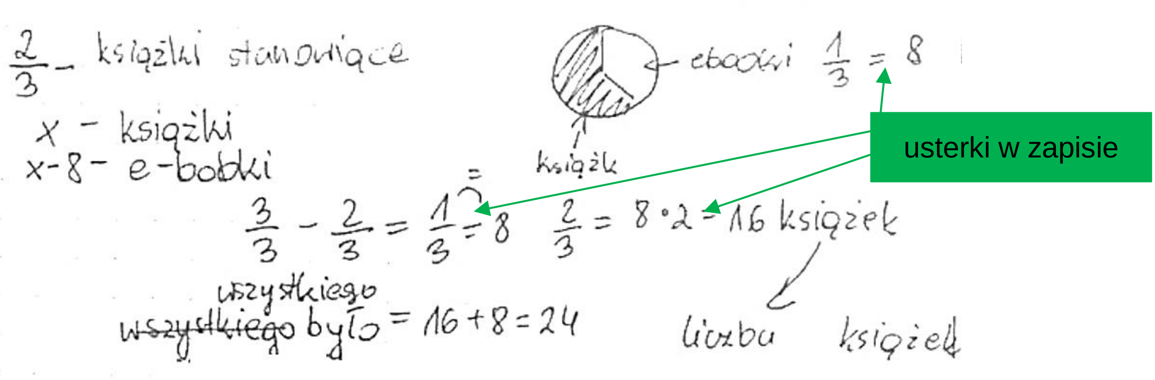
$0=x-16\ |+16$

$x=16$

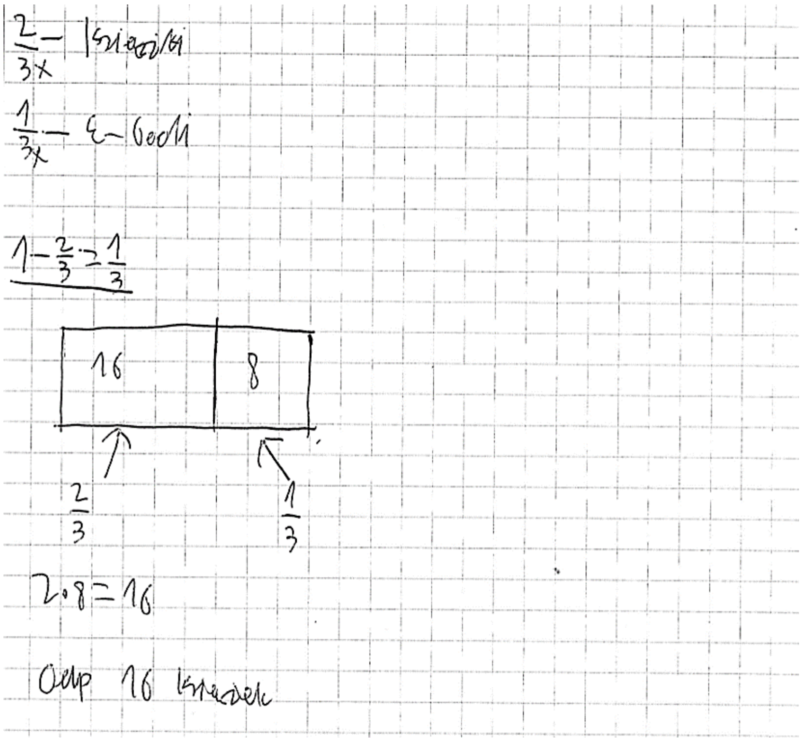
Odp.: Kupiono 16 książek.

W przykładach 42. i 43. uczeń graficznie przedstawił zależność pomiędzy liczbą książek i e-booków i poprawnie rozwiązał zadanie.

Przykład 42.



Przykład 43.



W przykładzie 44. uczeń rozwiązał zadanie sposobem arytmetycznym. Zdający zauważył, że e-booków jest o $\frac{1}{3}$ mniej niż książek i jednocześnie o 8 mniej. Obliczył liczbę wszystkich nagród i liczbę książek.

Przykład 44.

$\frac{3}{3} - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$ - e-booki $\qquad \frac{2}{3} - \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$

$\frac{1}{3} - 8$

$\frac{3}{3} - X$

$\frac{\frac{3}{3} \cdot 8}{\frac{1}{3}} = 8 : \frac{1}{3} = 8 \cdot \frac{3}{1} = 24$

$24 - 8 = 16$

Odp.: Kupiono 16 książek.

Przykład 45. prezentuje rozwiązanie metodą prób i błędów. Uczeń poprawnie zinterpretował zależności pomiędzy liczbą nagród, książek i e-booków. Nie poradził sobie z zapisaniem równania więc sprawdził kolejno warunki zadania dla trzech par liczb, korzystając z faktu, że $\frac{1}{3}$ wszystkich nagród to e-booki, $\frac{2}{3}$ wszystkich nagród to książki a e-booków jest o 8 mniej niż książek.

Przykład 45.

x - liczba całych nagród

$\frac{2}{3}$ - liczba książek

$\left(\frac{2}{3} - 8\right)$ - liczba e-booków.

$\frac{2}{3} + \left(\frac{2}{3} - 8\right) = x$

~~książki~~

$\frac{1}{3} + 8 = \frac{2}{3}$

1. $4 + 8 = 12$

$4 + 4 \neq 12$

$\frac{1}{3} = 8$

$\frac{2}{3} = 16$

$\frac{3}{3} = 24$

2. $6 + 8 = 14$

$6 + 6 \neq 14$

3. $\left.\begin{matrix} 8+8 = 16 \\ 8+8 = 16 \end{matrix}\right\}$ dobrze

odp: Książek kupiono 16.

Prawie 36% zdających otrzymało za rozwiązanie zadania 18. maksymalną liczbę dwóch punktów. Około 9% uczniów otrzymało 1 punkt. Oznacza to, że albo popełnili błąd rachunkowy, albo nie dokończyli rozwiązania. Poniższy przykład ilustruje takie rozwiązanie.

Przykład 46.

książki – $\frac{2}{3}$ wszystkich nagród
e-booki – o 8 mniej niż książek
x – liczba kupionych nagród

$$x = \frac{2}{3}x + \left(\frac{2}{3}x - 8\right)$$

$$\frac{2}{3}x + x + \frac{2}{3}x = 8$$

$$\frac{4}{3}x + x = 8$$

$$\frac{4}{3}x^2 = 8$$

W przykładzie 46. zdający dostrzegł zależności pomiędzy liczbą książek a liczbą e-booków, ułożył poprawne równanie, ale nie potrafił go rozwiązać.

Prawie 56% ósmoklasistów nie poradziło sobie z rozwiązaniem tego zadania, bądź nie podjęło próby jego rozwiązania. Wśród niepoprawnych realizacji zadania najczęstszą przyczyną była błędna interpretacja treści zadania. Zdającym, którzy zdecydowali się rozwiązać zadanie algebraicznie, największą trudność sprawiło ułożenie poprawnego równania. W przykładzie zamieszczonym poniżej występuje błąd już na etapie ustalenia zależności pomiędzy liczbę książek a liczbą e-booków i dlatego ułożone równanie jest niepoprawne.

Przykład 47.

x – wszystkie nagrody
$\frac{2}{3}x$ – książki
$x-8$ – e-booki

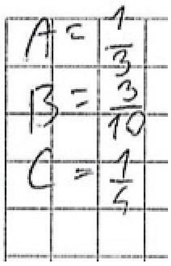
$$\frac{2}{3}x + x - 8 = x$$

$$2\frac{2}{3}x = 8 \quad / : 2\frac{2}{3}$$

$$x = \cancel{8}3$$

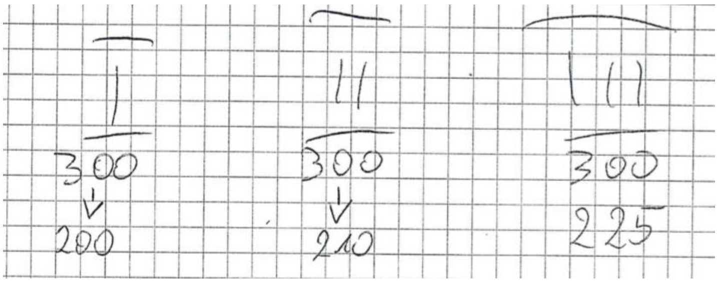
Umiejętności z obszaru **rozumowania i argumentacji** sprawdzane były jednym zadaniem zamkniętym (zadanie 13.) i dwoma zadaniami otwartymi (zadania 19. i 20.). Zadanie 13. wymagało przeprowadzenia prostego rozumowania w oparciu o podane zależności. Ósmoklasista miał do porównania trzy oferty obniżki ceny łyżew figurowych w różnych sklepach. Trudność polegała na tym, że przedstawione oferty nie zawierały początkowej ceny tych łyżew. Zadanie poprawnie rozwiązało 62% zdających. Analizując rozwiązania zamieszczone w brudnopisie, uczniowie najczęściej zapisywali obniżkę w postaci części ceny, o jaką obniżono cenę łyżew w każdym ze sklepów i na tej podstawie wskazywali sklep, w którym obniżka jest największa – czyli cena towaru jest najniższa (przykład 48.).

Przykład 48.



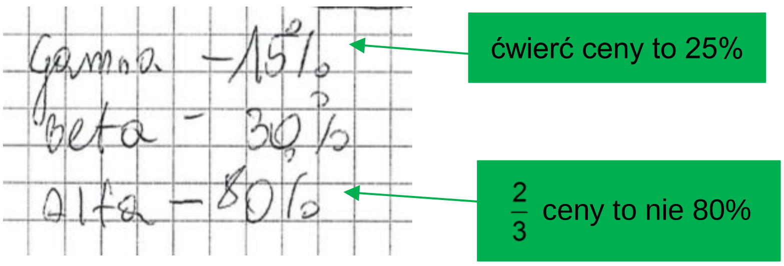
Wśród prac pojawiały się rozwiązania, w których uczniowie przyjmowali dowolną kwotę za cenę łyżew, obliczali cenę łyżew po obniżce w każdym ze sklepów i na tej podstawie wybierali najatrakcyjniejszą ofertę (przykład 49.).

Przykład 49.



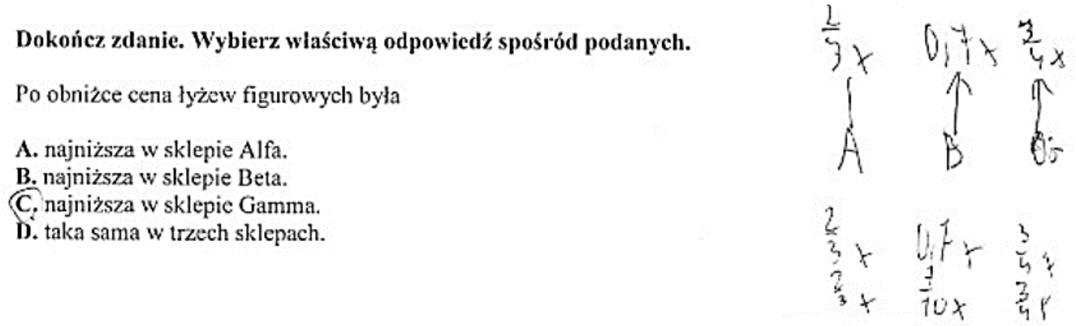
Przykład 50. pokazuje błędy rachunkowe występujące w zapisach uczniów. Zdający nie potrafił poprawnie zinterpretować zapisu ćwierć ceny i nie umiał zapisać w postaci procentu $\frac{2}{3}$ ceny.

Przykład 50.



Ósmoklasiści, którzy poprawnie ustalili, jaką część ceny wyjściowej łyżew należy zapłacić w każdym ze sklepów po obniżce, mieli za zadanie wybrać sklep, w którym cena ta jest najniższa. Zdający, którego rozwiązanie przedstawiono w przykładzie 51., spośród poprawnie zapisanych ułamków wybrał liczbę największą zamiast liczby najmniejszej.

Przykład 51.



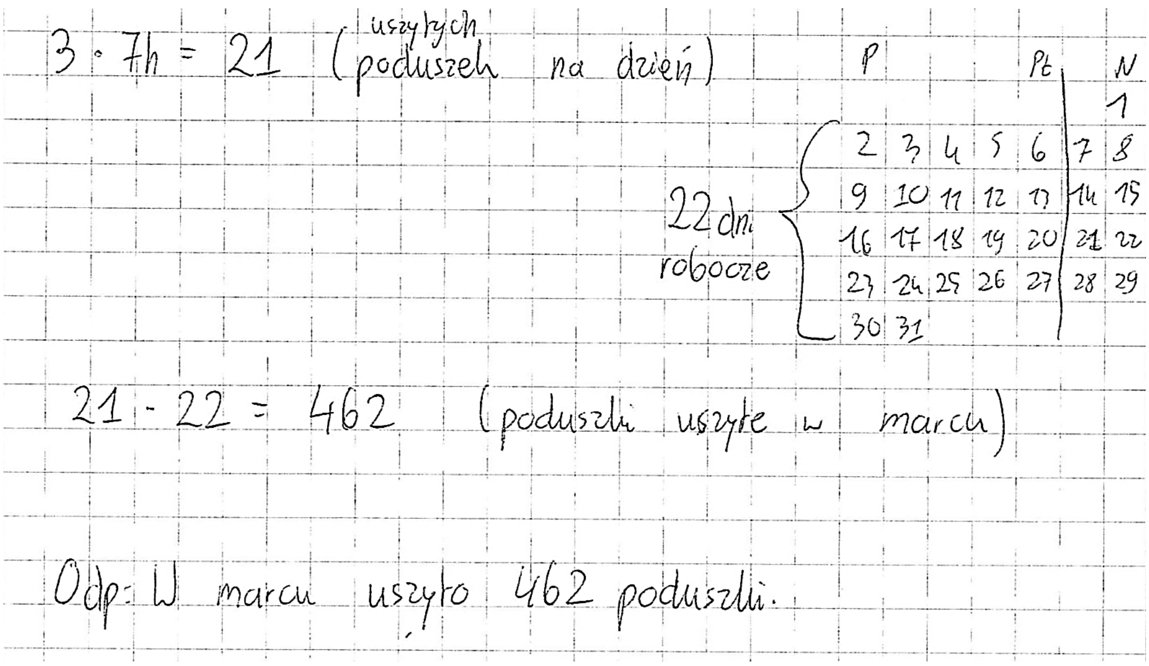
Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Po obniżce cena łyżew figurowych była

A. najniższa w sklepie Alfa.
B. najniższa w sklepie Beta.
C. najniższa w sklepie Gamma.
D. taka sama w trzech sklepach.

Kolejne zadanie, które sprawdzało umiejętności z zakresu czwartego wymagania ogólnego (zadanie 19.) dotyczyło obliczeń kalendarzowych. Za rozwiązanie zadania ósmoklasiści uzyskali średnio 67% punktów możliwych do zdobycia. Bezbłędnie poradziło sobie 44% zdających i otrzymało maksymalną liczbę trzech punktów. Poniżej przedstawiono różne realizacje rozwiązania problemu postawionego w zadaniu. Kluczowym etapem rozwiązania zadania było ustalenie liczby dni roboczych w marcu 2020 r. Zdający różnymi drogami docierali do ustalenia liczby tych dni, wiedząc, że 1 marca wypadł w niedzielę. W przykładzie 52. ósmoklasista rozrysował układ dni w marcu, oddzielił dni wolne od pracy i w ten sposób ustalił liczbę dni roboczych w tym miesiącu. Obliczył liczbę poduszek uszytych w ciągu jednego dnia roboczego, a następnie liczbę poduszek uszytych w ciągu całego miesiąca.

Przykład 52.



W rozwiązaniu przedstawionym w przykładzie 53. zdający wypisał wszystkie dni wolne w marcu 2020 roku i poprawnie je zliczył. Następnie obliczył liczbę godzin pracy w marcu oraz wiedząc, że w ciągu każdej godziny szyto średnio 3 poduszki, uzyskał liczbę uszytych poduszek w tym miesiącu.

Przykład 53.

~~5 · 7 = 35~~

Marzec = 31 dni

31 − 9 = 22

22 · 7 = 154

154 · 3 = 462

1 marca = niedziela

7,8 wolne

15,16 wolne

22,23 wolne

29,30 wolne

$$\begin{array}{r} 22 \\ \cdot\ 7 \\ \hline 154 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 154 \\ \cdot\ 3 \\ \hline 462 \end{array}$$

Odp. W marcu 2020 roku uszyto w tym zakładzie 462 poduszki.

Wśród rozwiązań były też rozwiązania, w których zdający wypisywali dni robocze i wówczas zliczali ich liczbę (przykład 54.).

Przykład 54.

Marzec ma 31 dni

Dni pracy: 2-6 marzec

9-13 marzec

16-20 marzec

23-27 marzec

30-31 marzec

Razem to 22 dni robocze

22 · 7 = 154 - tyle godzin pracowano w zakładzie

154 · 3 = 462 - tyle uszyto poduszek w marcu

Odp: W marcu 2020 r. w zakładzie uszyto 462 poduszki.

W kolejnych dwóch rozwiązaniach zaprezentowano inny sposób ustalenia liczby dni roboczych w marcu – odnoszący się do 4 pełnych tygodni pracy w miesiącu (przykłady 55. i 56.). Rozwiązując zadanie tym sposobem, należało doliczyć dodatkowe dwa dni robocze przypadające na 30 i 31 marca.

Przykład 55.

Dni pracujące: 2.03 – 6.03; 9.03 – 13.03; 16.03 – 20.03;
23.03 – 27.03; 30.03; 31.03

$4 \cdot 5 + 2 = 22$ – dni pr.

$22 \cdot 7 \cdot 3 = 462$

$22 \cdot 7 = 154$ $\quad$ $154 \cdot 3 = 462$

Odp: W marcu 2020 roku uszyto 462 poduszki.

Przykład 56.

Marzec = 31 dni
1 marca = niedziela
2 marca = poniedziałek
4 = ~~tygodnie~~ całe tygodnie w marcu $4 \cdot 7 = 28$
~~$4 \cdot 7 = 28$~~

$31 - 28 = 3$ → dni w marcu (1 marca i 2 dni ostatniego tygodnia

$4 \cdot 2 = 8$ → dni wolne w marcu

$28 - 8 = 20$ → dni robocze

$20 + 2 = 22$; $22 \cdot 7 = 154$ → godziny pracy

dni z ostatniego tygodnia marca

$154 \cdot 3 = 462$

Odp.: W marcu w 2020 roku uszyto średnio 462 poduszki.

Poniżej jeszcze inny sposób rozwiązania zadania. Uczeń obliczył liczbę poduszek szytych średnio w ciągu jednego dnia roboczego i liczbę poduszek uszytych w jednym pełnym tygodniu pracy (przez pięć dni roboczych). W marcu 2020 r. były cztery pełne tygodnie pracy, więc w tym czasie uszyto 420 poduszek. Zostały jeszcze dodatkowe dwa dni robocze, poza pełnymi tygodniami, w które uszyto 42 poduszki.

Przykład 57.

1 dzień → 7 godz. pracy to 21 poduszek
od poniedziałku do piątku to 105 poduszek
4 tygodnie pracy to 420 poduszek
+ 2 dni pracy (pn. + wt.) → 42 poduszki

Odp. W marcu 2020 r. zostało zrobionych 462 poduszki.

Około 27% zdających za swoje rozwiązania otrzymało 2 punkty. Oznacza to, że uczeń na przykład zastosował poprawny sposób obliczenia liczby poduszek uszytych w marcu, ale popełnił błąd rachunkowy. Poniżej zaprezentowano różnorodne realizacje, za które uczniowie także otrzymali 2 punkty.

Rozwiązanie w przykładzie 58. przedstawia poprawny sposób obliczenia łącznej liczby poduszek uszytych w marcu, gdyby pracowano tylko jedną godzinę każdego dnia roboczego. Zdający nie uwzględnił informacji dotyczącej liczby godzin pracy w zakładzie w ciągu jednego dnia roboczego.

Przykład 58.

~~7·7~~

~~1~~ 2 3 4 5 6 ~~7~~ ~~8~~ 9 10
11 12 13 ~~14~~ ~~15~~ 16
17 18 19 20 ~~21~~ ~~22~~
23 24 25 26 27
~~28~~ ~~29~~ 30 31

$22 \cdot 3 = 65$ ← błąd rachunkowy

Rozwiązanie w przykładzie 59. przedstawia poprawny sposób obliczenia liczby godzin przepracowanych w marcu. W dalszej części rozwiązania zdający błędnie interpretuje informację dotyczącą liczby poduszek szytych w ciągu każdej godziny.

Przykład 59.

Marzec ma 31 dni. Jeśli 1 marca wypadł w niedzielę to zostają tylko 4 weekendy. Ponieważ ~~kolejn~~ ~~4~~ w niedziele wypadają dni: 8, 15, 22, 29 (bo 1+7=8 czyli pierwsza niedziela, 8+7=15 czyli druga niedziela, 15+7=22, czyli trzecia niedziela, ~~22+7 dni~~ 22+7=29 to ostatnia niedziela (liczbę 7 dodajemy, ponieważ tyle dni ma tydzień).

~~Weekend~~ Weekend ma 2 dni. Jeśli mamy 4 weekendy to gdy pomnożymy 4 z 2 wyjdzie nam ilość dni wolnych w marcu. Jednak musimy jeszcze dodać 1 dzień, ponieważ 1 marca wystąpił w niedzielę.

~~$4 \cdot 2 = 8$ ← ilość dni wolnych~~

$4 \cdot 2 = 8$ $\quad 8+1=9$ ← ilość dni wolnych w marcu

~~$31-8$~~ $= 31-9 = 22$ ← ilość dni przepracowanych w marcu

Każdego dnia pracowaliśmy 7 godzin, więc:

$22 \cdot 7 = 154$ ← ilość łącznie przepracowanych godzin w marcu

Podczas jednej godziny uszyto 3 poduszki, więc:

$154 : 3 = 51,(3)$ ← ilość uszytych poduszek w marcu

odp. W tym zakładzie w marcu uszyto 51 poduszek. ~~oraz zaczęto szyć jeszcze jedną, lecz nie skończono jej szycia w marcu.~~

$$22 \cdot 7 = 154$$

$$154 : 3 = 51,(3)$$
$$-15,\ 04,\ -3,\ 10,\ -9,\ 1$$

błąd metody

Poniższy przykład obrazuje poprawny sposób obliczenia liczby poduszek uszytych w ciągu tygodnia. Zdający błędnie przyjął, że marzec ma 21 dni i nie poradził sobie z obliczeniem liczby dni roboczych w tym miesiącu.

Przykład 60.

5 dni w tygodniu od poniedziałku do piątku
7 godz. dziennie

1 godz. = 3 poduszki
razy 7
7 godz. = 21 poduszek dziennie
przez 5 dni więc razy 5

105 poduszek na 1 tydzień

$$\begin{array}{r} 21 \\ \cdot\ 5 \\ \hline 105 \end{array}$$

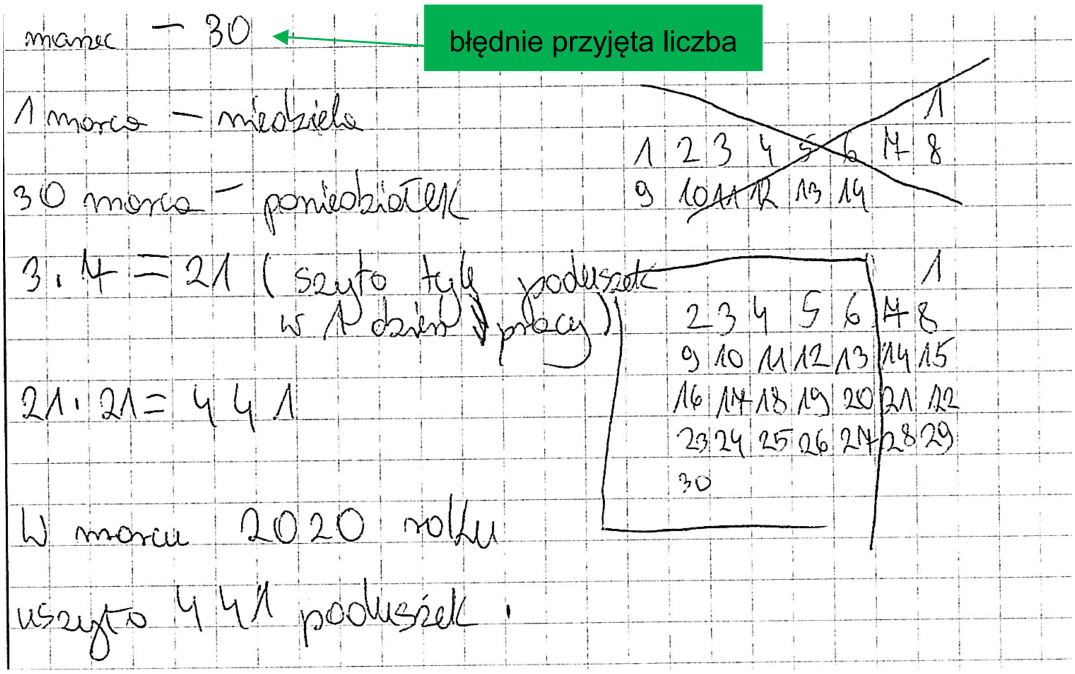
błędnie przyjęta liczba

zakładając że Marzec ma 21 dni a 1 Marca to niedziela to przez marzec jest 6 dni wolnego czyli 15 dni pracy to przez cały Marzec uszyto 315 poduszek

$$\begin{array}{r} 21 \\ \cdot\ 15 \\ \hline 105 \\ 210 \\ \hline 200 \\ \hline 315 \end{array}$$

Przykład 61. przedstawia rozwiązanie ósmoklasisty, który przyjął, że marzec ma 30 dni. Z tym założeniem poprawnie, bez błędów rachunkowych, rozwiązuje zadanie do końca, stosując właściwe pozostałe sposoby.

Przykład 61.



marzec – 30

1 marca – niedziela

30 marca – poniedziałek

~~1 2 3 4 5 6 7 8~~
~~9 10 11 12 13 14~~

3 · 7 = 21 (szyto tyle poduszek w 1 dzień pracy)

							1
2	3	4	5	6	7	8	
9	10	11	12	13	14	15	
16	17	18	19	20	21	22	
23	24	25	26	27	28	29	
30							

21 · 21 = 441

W marcu 2020 roku uszyto 441 poduszek.

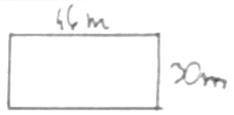
Prawie 14% zdających otrzymało za swoje rozwiązania 1 punkt, a około 15% zdających nie poradziło sobie z jego rozwiązaniem bądź nie podjęło takiej próby. Zadanie 19. dawało szerokie możliwości do realizacji, ma ono wśród wszystkich zadań otwartych najniższy odsetek zdających, którzy za rozwiązanie zadania otrzymali 0 punktów.

Kolejnym zadaniem, którego treść dotyczyła sytuacji praktycznej było zadanie 20. Ósmoklasista miał obliczyć koszt zakupu nasion trawy potrzebnych do obsiania boiska, przy podanych wymiarach boiska oraz cenie sprzedaży jednego worka nasion przeznaczonego do obsiania określonej powierzchni. Za rozwiązanie zadania ósmoklasiści uzyskali średnio 45% punktów możliwych do zdobycia. Maksymalną liczbę trzech punktów otrzymało 32% zdających. Kluczowym etapem rozwiązania zadania było ustalenie liczby opakowań nasion trawy potrzebnych do obsiania boiska. Poniżej przedstawiono różne realizacje rozwiązania zadania 20.

W przykładzie 62. zdający obliczył powierzchnię boiska i liczbę kilogramów nasion trawy potrzebną do jego obsiania. Poprawnie ustalił liczbę opakowań i obliczył koszt ich zakupu.

Przykład 62.

Dane:



1kg - nasion trawy na $40 m^2$

163zł - koszt 10kg nasion trawy

46m × 30m - wymiary boiska

Obl.:

$46m \cdot 30m = 1380 m^2$ - pole boiska

$1380m : 40m^2 = 34,5 kg$ - ilość w kg nasion do zasiania boiska

$34,5 kg : 10kg = 3,45$ - ilość worków nasion

3,45 - liczba niecałkowita $3<4$

$3,45 < 4$ 4 - liczba całkowita najbliższa 3,45, a większa od 3

$4 \cdot 163zł = 652zł$

Odp.: Koszt zakupu nasion potrzebnych do zasiania boiska wynosi 652zł.

Poniższy przykład 63. obrazuje inny sposób ustalenia liczby potrzebnych opakowań nasion trawy. Zdający oszacował ich liczbę. Zauważył, że jeden worek pozwoli na obsianie 400 m^2 powierzchni boiska, trzy worki nie wystarczą, gdyż 1200 m^2 < 1380 m^2, a cztery worki będą wystarczające.

Przykład 63.

$a = 46\ m$

$b = 30\ m$

$P = a \cdot b$

$P = 46\ m \cdot 30\ m = 1380\ m^2$

$\cdot 10 \left(\begin{array}{l} 40\ m^2 = 1\ kg \text{ nasion trawy} \\ 400\ m^2 = 10\ kg \text{ nasion trawy} \end{array} \right.$

Do obsiania $400\ m^2$ pow. potrzeba 10 kg nasion trawy.

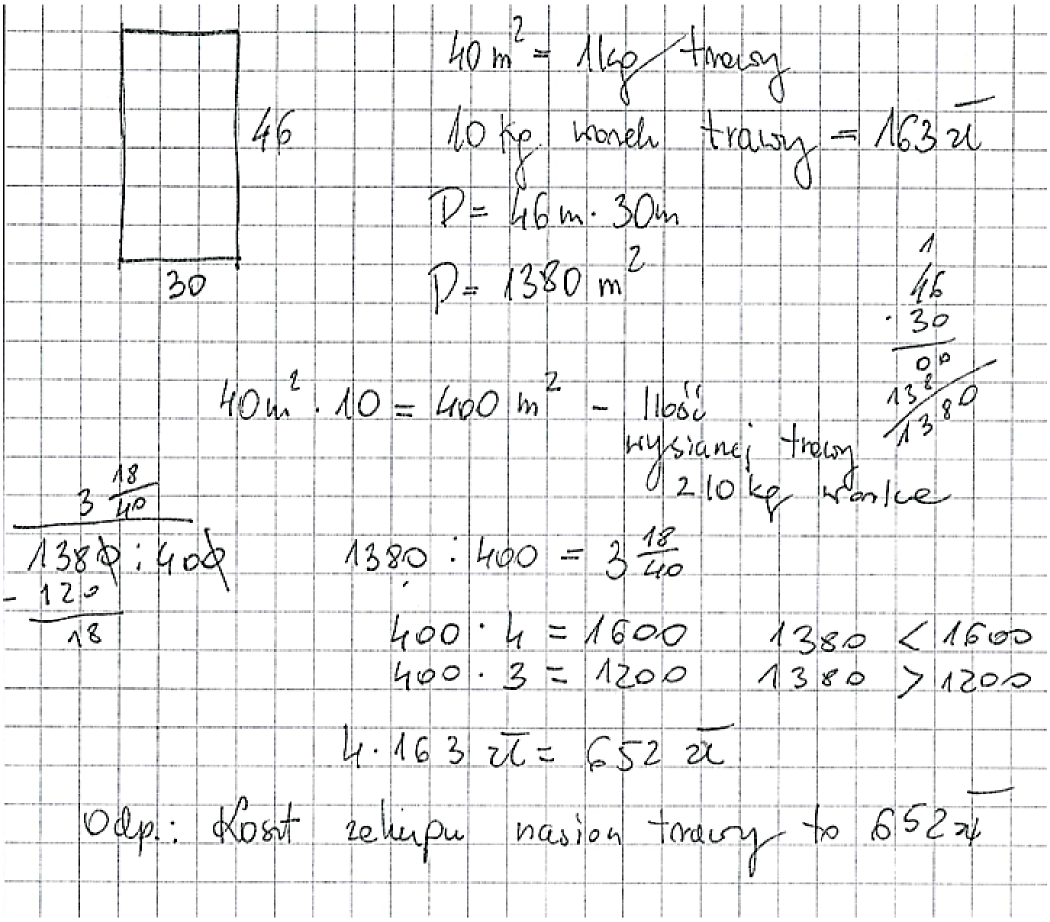
$400 \cdot 4 = 1600$ $1200 < 1380$ $1600 > 1380$

$4 \cdot 163\ zł = 652\ zł$

Odp.: Koszt zakupu nasion trawy potrzebnych do obsiania tego boiska wynosi 652 zł.

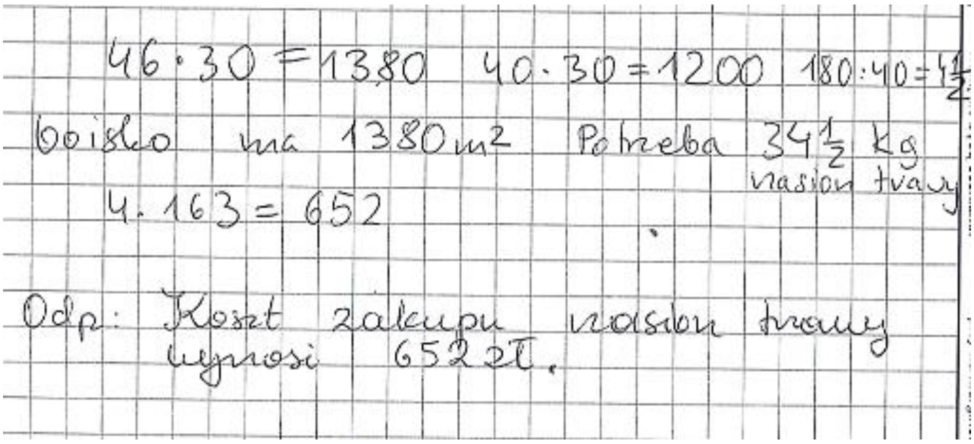
Podobnie w przykładzie 64. ósmoklasista oszacował liczbę potrzebnych worków; dodatkowo w ciekawy sposób poradził sobie z dzieleniem 1380 : 400.

Przykład 64.

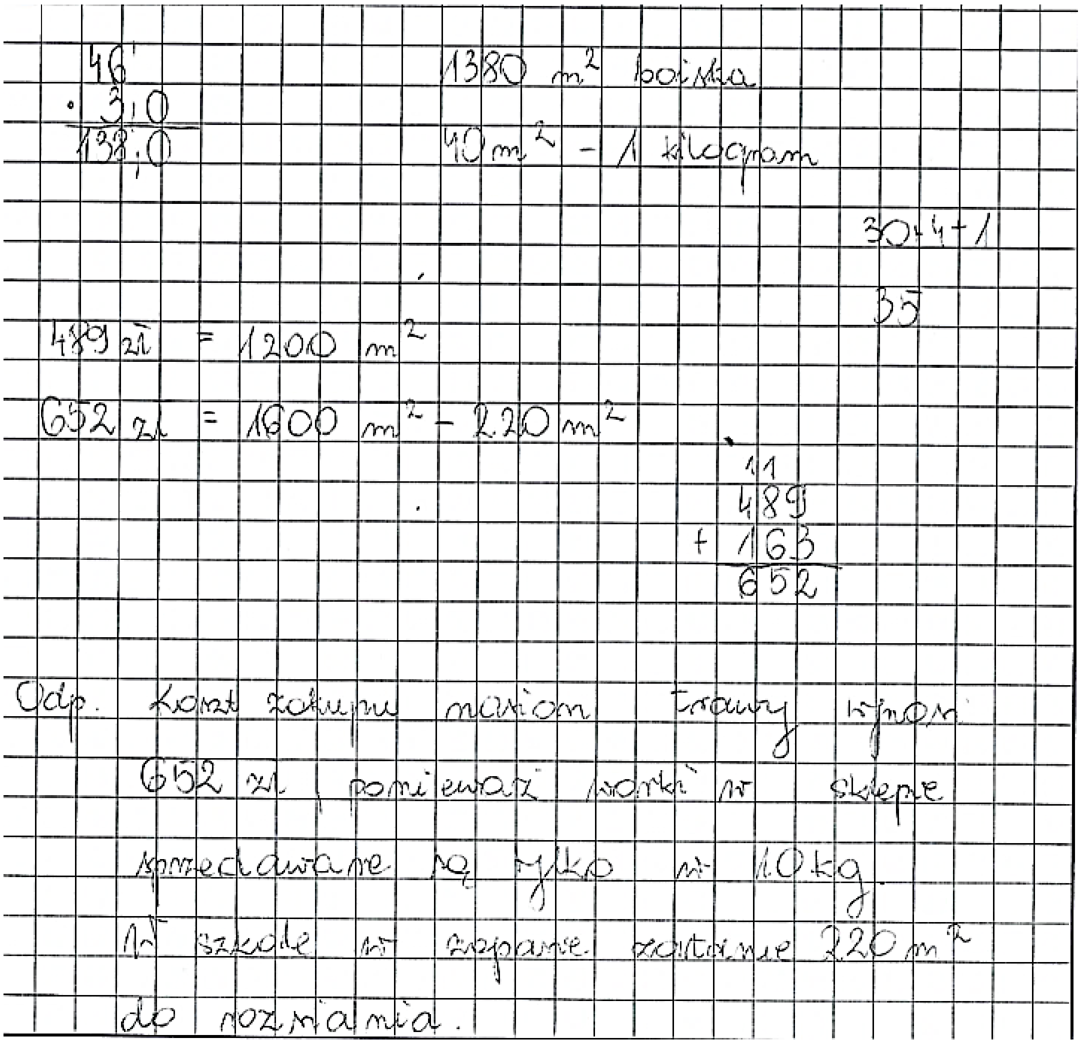


Poniższe przykłady 65. i 66. prezentują różne sposoby oszacowania liczby kilogramów nasion trawy. Uczniowie poradzili sobie – nie wprost – z ustaleniem wyniku dzielenia liczb 1380 : 40.

Przykład 65.



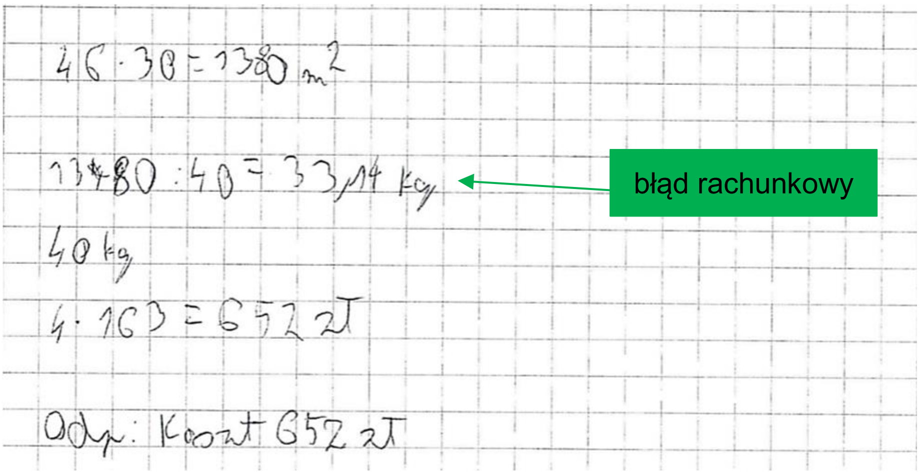
Przykład 66.



Ósmoklasiści, którzy otrzymali 2 punkty za rozwiązanie tego zadania (prawie 12% zdających), popełnili błąd rachunkowy albo poprawnie oszacowali liczbę opakowań nasion trawy i nie dokończyli rozwiązania zadania lub na dalszym etapie popełnili błędy merytoryczne.

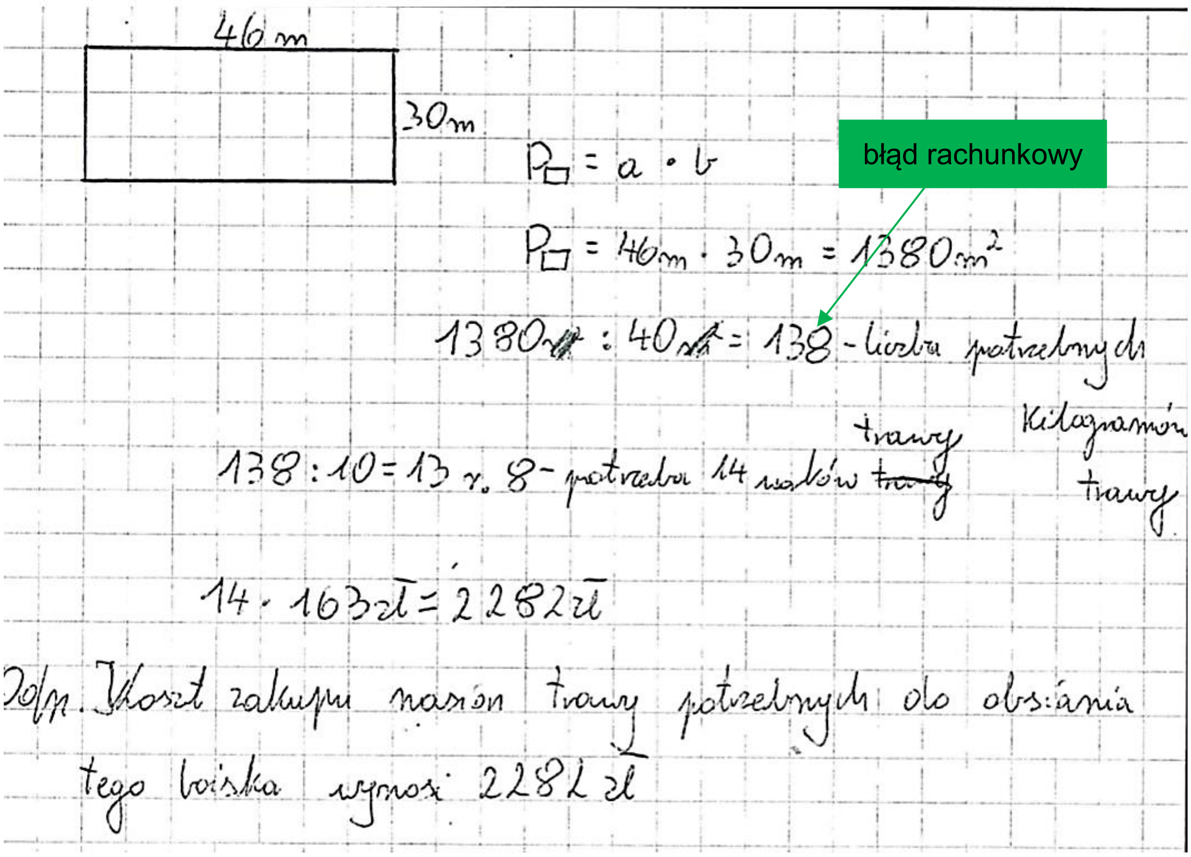
W przykładzie 67. uczeń popełnił błąd rachunkowy przy obliczaniu liczby kilogramów nasion trawy.

Przykład 67.



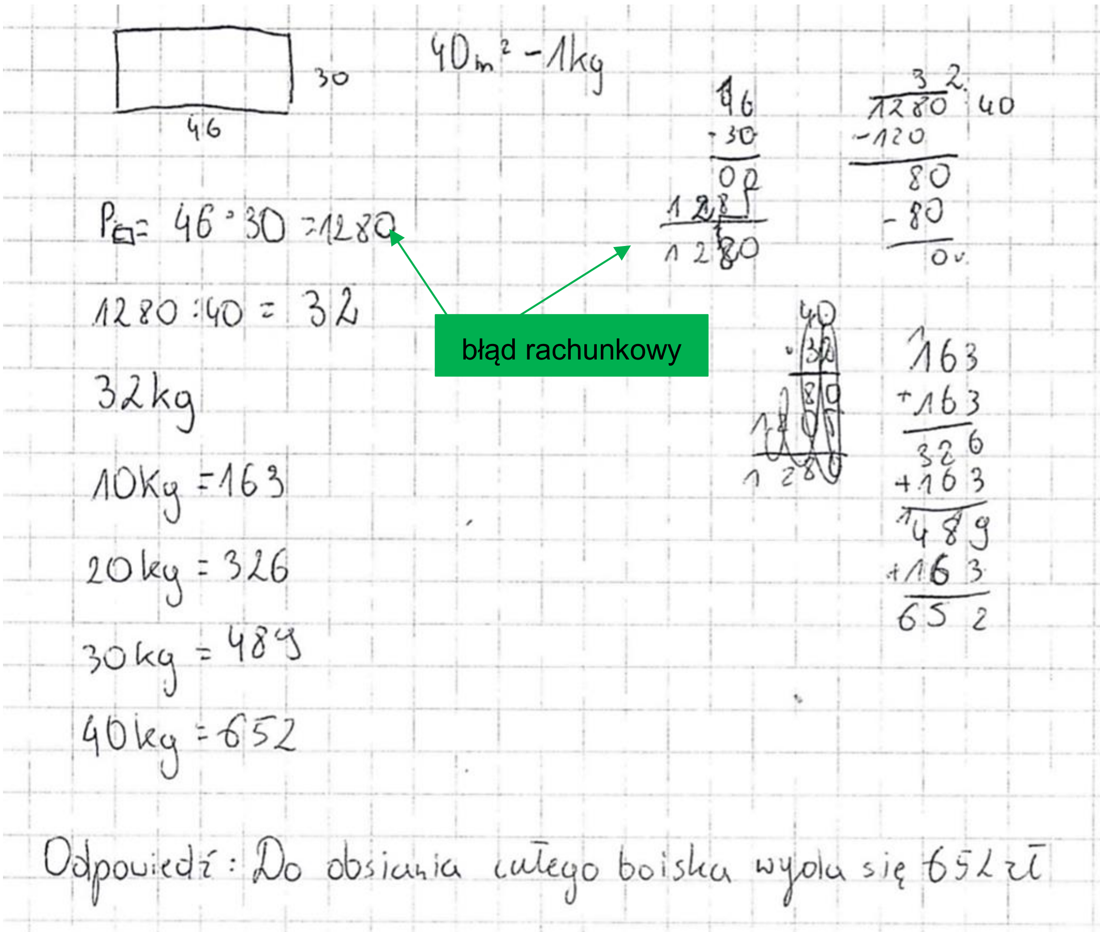
W poniższym przykładzie uczeń popełnił błąd rachunkowy przy obliczeniu liczby kilogramów nasion trawy, przy czym zastosował poprawny sposób ustalenia liczby potrzebnych opakowań.

Przykład 68.



W przykładzie 69. uczeń popełnił błąd rachunkowy przy obliczeniu powierzchni boiska.

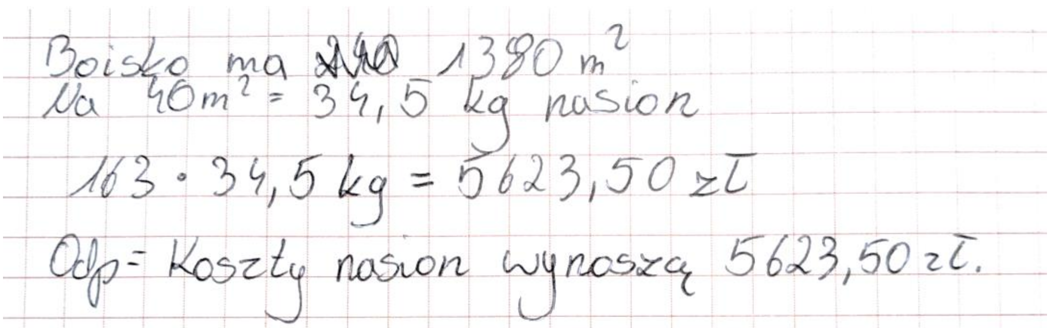
Przykład 69.



Prawie 16% zdających za swoje rozwiązania zadania otrzymało jeden punkt. Poniżej zamieszczono przykładowe rozwiązania ocenione na 1 punkt.

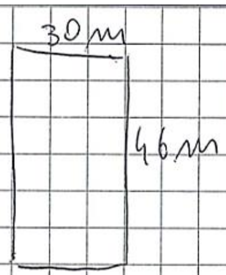
W poniższym przykładzie ósmoklasista obliczył liczbę kilogramów nasion trawy potrzebnych do obsiania powierzchni boiska, ale niepoprawnie obliczył koszt zakupu nasion trawy. Cena 163 zł dotyczyła worka nasion trawy, w którym było 10 kg tych nasion. Ósmoklasista nie ustalił liczby worków nasion trawy potrzebnych do obsiania boiska. Zadanie nawiązywało do sytuacji życiowej – nie można kupić części produktu, który sprzedawany jest na sztuki.

Przykład 70.



W rozwiązaniu zamieszczonym w przykładzie 71. uczeń obliczył powierzchnię boiska i powierzchnię, którą można obsiać nasionami z jednego worka. Następnie próbował ustalić liczbę zakupionych worków, co wykonał niepoprawnie, gdyż zaokrąglił wynik niezgodnie z kontekstem praktycznym zadania. Otrzymaną liczbę powinien przybliżyć z nadmiarem.

Przykład 71.



$40\,m^2 \rightarrow 1$ kg trawy

$400\,m^2 \rightarrow 10$ kg trawy

10 kg trawy $\rightarrow$ 163 zł

$P_{\square} = a \cdot b$

$P_{\square} = 46\,m \cdot 30\,m = 1380\,m^2$

$1380\,m^2 : 400\,m^2 \approx 3$ — przybliżenie z niedomiarem

$3 \cdot 163$ zł $= 489$ zł

Odp. Do obsiania tego boiska potrzeba 3 worki trawy w cenie 489 złotych.

Wnioski i rekomendacje

Łatwość tegorocznego arkusza zastosowanego za egzaminie ósmoklasisty z matematyki wyniosła 46%. Poziom wykonania poszczególnych zadań jest zróżnicowany – od 34% do 76% dla zadań zamkniętych, a dla zadań otwartych od 7% do 67%. Na podstawie analizy wyników uzyskanych przez ósmoklasistów można stwierdzić, że zadania tematycznie związane z arytmetyką, osadzone w kontekście praktycznym (np. zadania 1., 3., 8., 13., 19.), są dla uczniów łatwiejsze niż zadania dotyczące zagadnień z geometrii (zadania 11., 14., 15., 16., 21.).

Zadania osadzone w kontekście praktycznym dawały uczniom możliwość przedstawienia nieszablonowych i nieschematycznych pomysłów na rozwiązanie postawionego w zadaniu problemu, a niekoniecznie zastosowania wzoru czy twierdzenia. Ósmoklasiści mogli wykazać się wnikliwą analizą treści zadania i logicznym myśleniem.

Prace uczniów pokazały jednak, że ósmoklasiści mimo posiadanej wiedzy często nie radzą sobie z rozwiązaniem zadania otwartego, w szczególności nie potrafią zaplanować i poprawnie wykonać ciągu czynności, jeśli te nie wynikają wprost z treści zadania (np. zadania 16., 18., 20., 21.). Uzasadnienie postawionej w zadaniu tezy (zadanie 16.) oraz rozwikłanie problemu przedstawionego w nietypowy sposób (zadanie 21.) okazały się dla uczniów dużym wyzwaniem i były najtrudniejsze. W zadaniach zamkniętych uczniowie często nie wracali do pytania postawionego w treści, lecz wskazywali odpowiedź pasującą do pośredniego wyniku otrzymanego w trakcie obliczeń (zadania 3., 4.).

Aby osiągnąć zadowalający wynik na egzaminie ósmoklasisty, niezbędne były umiejętności rachunkowe, bez których rozwiązanie problemów przedstawionych w zadaniach byłoby niemożliwe (np. zadania 1., 2., 3., 5., 8., 13., 18., 19., 20.). Na podstawie analizy wyników można zauważyć, że sprawność rachunkowa nie należy do mocnych stron ósmoklasistów.

Wnioski z tegorocznego egzaminu należy potraktować jako wskazówkę służącą poprawie efektów pracy z uczniami. Podczas edukacji matematycznej wskazane jest:

- ✓ ćwiczenie umiejętności uważnego czytania treści zadań i poleceń, zarówno w zadaniach zamkniętych, jak i otwartych, oraz dokonywania szczegółowej ich analizy
- ✓ zwracanie uwagi na dokładną analizę form graficznych zamieszczonych w zadaniach
- ✓ zachęcanie uczniów do wykonywania pomocniczych rysunków, schematów oraz zapisywania danych i niewiadomych, nie tylko w zadaniach otwartych lub dotyczących zagadnień z geometrii
- ✓ ćwiczenie sprawności matematycznych niezbędnych do rozwiązywania zadań, ze zwróceniem szczególnej uwagi na sprawność rachunkową
- ✓ zachęcanie uczniów do szacowania wyników, szczególnie w zadaniach osadzonych w kontekście praktycznym oraz zwracanie uwagi na realność podanych szacunkowych wyników
- ✓ kształcenie umiejętności szacowania wyników wyrażeń arytmetycznych, które zawierają ułamki, potęgi i pierwiastki
- ✓ rozwiązywanie, w miarę możliwości, większej liczby zadań, w których problem jest zdefiniowany w nietypowy sposób

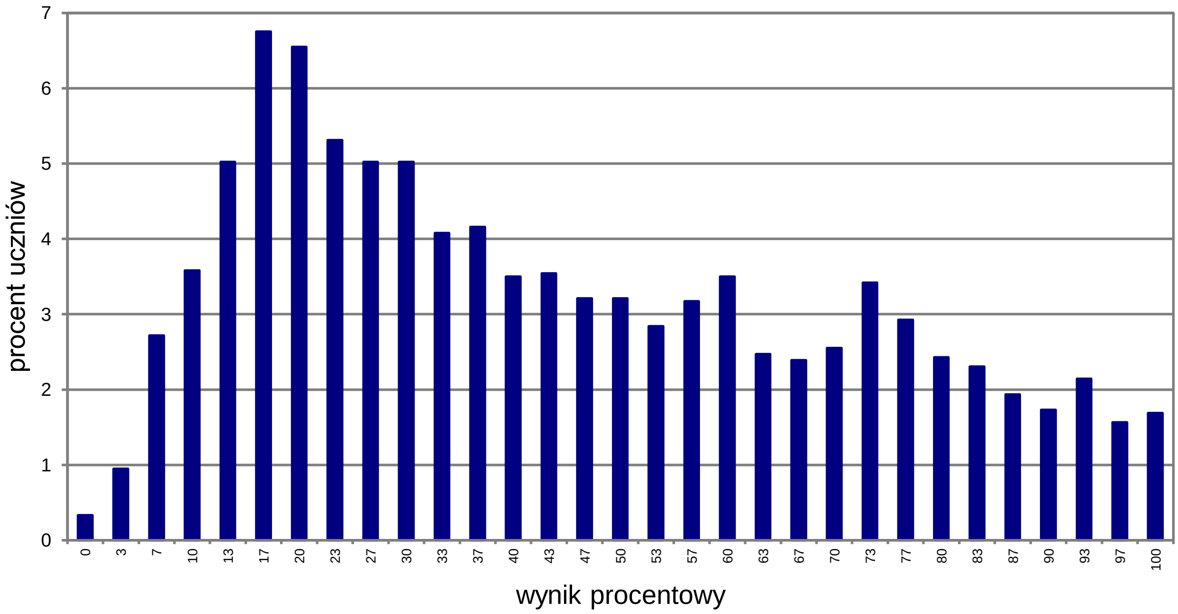
- ✓ kształcenie umiejętności rozwiązywania zadań wymagających uzasadnienia postawionej tezy z wykorzystaniem ogólnych zależności i własności obiektów matematycznych
- ✓ ćwiczenie umiejętności budowania modelu matematycznego dla danego kontekstu, w szczególności na przykładach zadań, które można rozwiązać różnymi sposobami
- ✓ rozwiązywanie zadań, wymagających łączenia umiejętności z różnych działów matematyki.

Podstawowe informacje o arkuszach dostosowanych

Opis arkusza dla uczniów z autyzmem, w tym z zespołem Aspergera

Arkusz dla uczniów z autyzmem, w tym z zespołem Aspergera z zakresu matematyki (OMAP-200-2004) został przygotowany na podstawie arkusza standardowego OMAP-100-2004, zgodnie z zaleceniami specjalistów. Uczniowie otrzymali arkusze dostosowane pod względem graficznym: wyróżniono informację o numerze każdego zadania i liczbie punktów możliwych do uzyskania za jego rozwiązanie, zwiększono odstępy między wierszami w tekstach, dodano opis rysunku, zastosowano – jednolity w całym arkuszu – pionowy układ odpowiedzi. W zadaniach zamkniętych umieszczono informacje o sposobie zaznaczenia właściwych odpowiedzi oraz dodano miejsca na rozwiązanie zadań – brudnopis. W zadaniach otwartych uszczegółowiono polecenia i wskazano miejsca na zapisanie odpowiedzi.

Wyniki uczniów z autyzmem, w tym z zespołem Aspergera



WYKRES 5. ROZKŁAD WYNIKÓW UCZNIÓW

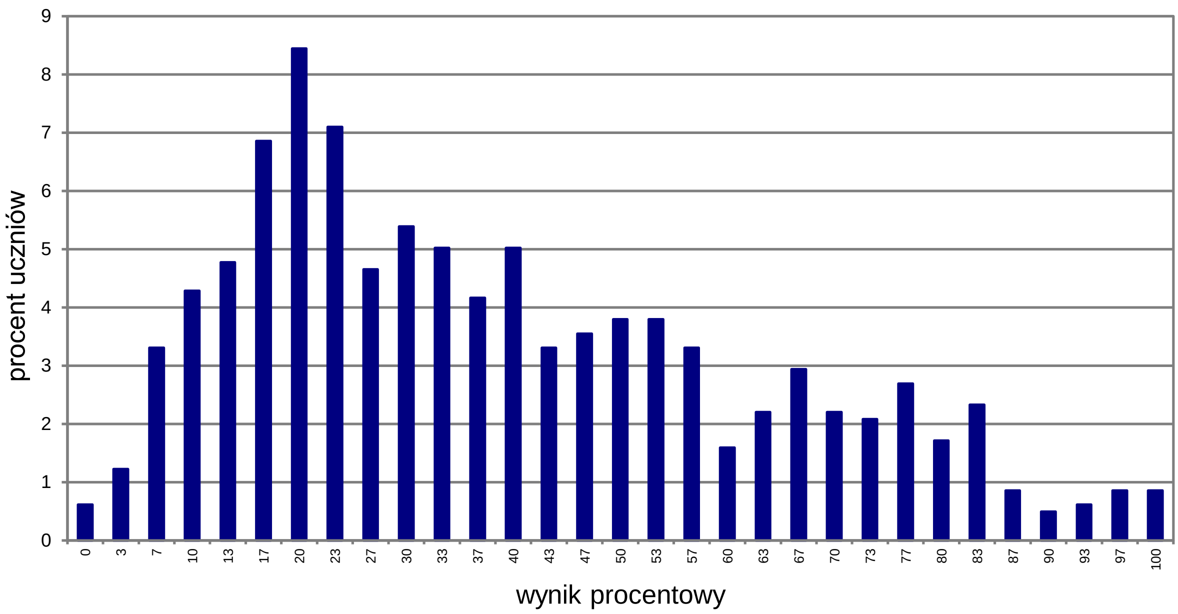
TABELA 12. WYNIKI UCZNIÓW Z AUTYZMEM, W TYM Z ZESPOŁEM ASPERGERA – PARAMETRY STATYSTYCZNE

Liczba uczniów	Minimum (%)	Maksimum (%)	Mediana (%)	Modalna (%)	Średnia (%)	Odchylenie standardowe (%)
2429	0	100	40	17	44	26

Opis arkusza dla uczniów słabowidzących i uczniów niewidomych

Arkusze dla uczniów słabowidzących i uczniów niewidomych z zakresu matematyki (OMAP-400-2004, OMAP-500-2004, OMAP-600-2004) zostały przygotowane na podstawie arkusza OMAP-100-2004, zgodnie z zaleceniami specjalistów pracujących z uczniami z dysfunkcją wzroku. Uczniowie słabowidzący otrzymali arkusze, w których dostosowano wielkość czcionki (odpowiednio Arial 16 pkt i Arial 24 pkt), zmodyfikowano słownictwo i polecenia w zadaniach, uproszczono i powiększono formy graficzne, zastosowano – jednolity w całym arkuszu – pionowy układ odpowiedzi. Dla uczniów niewidomych przygotowano arkusz w brajlu.

Wyniki uczniów słabowidzących i uczniów niewidomych



WYKRES 6. ROZKŁAD WYNIKÓW UCZNIÓW

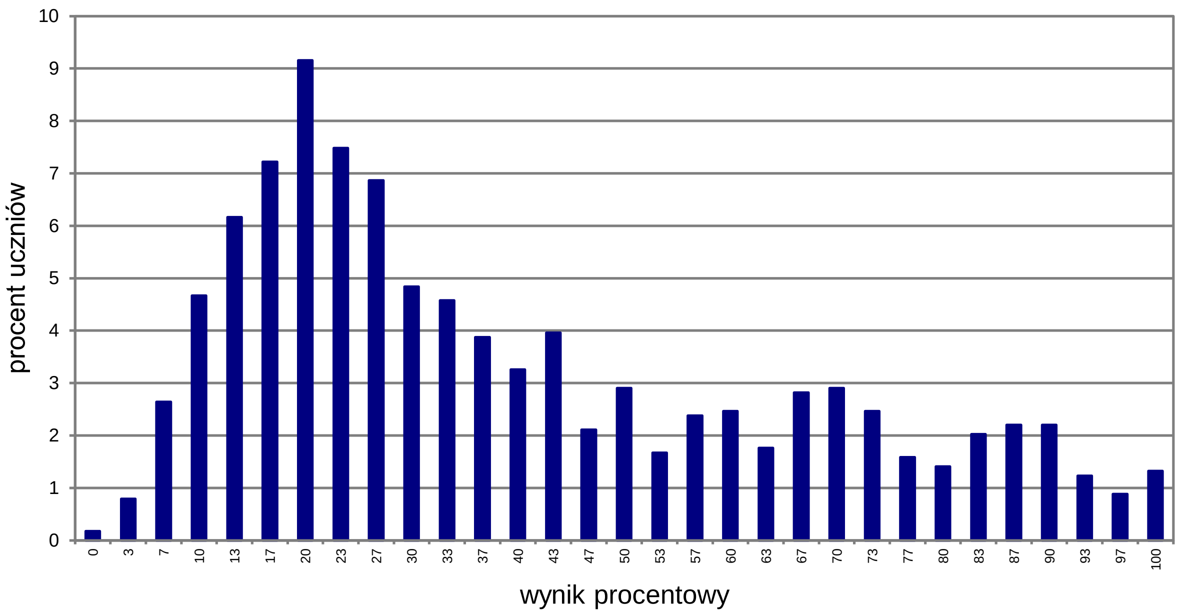
TABELA 13. WYNIKI UCZNIÓW SŁABOWIDZĄCYCH I UCZNIÓW NIEWIDOMYCH – PARAMETRY STATYSTYCZNE

Liczba uczniów	Minimum (%)	Maksimum (%)	Mediana (%)	Modalna (%)	Średnia (%)	Odchylenie standardowe (%)
817	0	100	33	20	39	24

Opis arkusza dla uczniów słabosłyszących i uczniów niesłyszących

Uczniowie słabosłyszący i uczniowie niesłyszący rozwiązywali zadania zawarte w arkuszu OMAP-700-2004, który został przygotowany na podstawie arkusza OMAP-100-2004 i dostosowany do ich dysfunkcji przez specjalistów. Trzony zadań i polecenia uproszczono, ograniczając je do niezbędnych informacji oraz dostosowano słownictwo. W miarę możliwości przeredagowano treści zadań, wykorzystując znany uczniowi kontekst praktyczny. Wyróżniono istotne do rozwiązania zadań dane, dodano rysunki lub uszczegółowiono ich opis. Arkusz egzaminacyjny składał się z 21 zadań: 15 zamkniętych i 6 otwartych, a za poprawne ich rozwiązanie uczeń mógł otrzymać łącznie 30 punktów.

Wyniki uczniów słabosłyszących i uczniów niesłyszących



WYKRES 7. ROZKŁAD WYNIKÓW UCZNIÓW

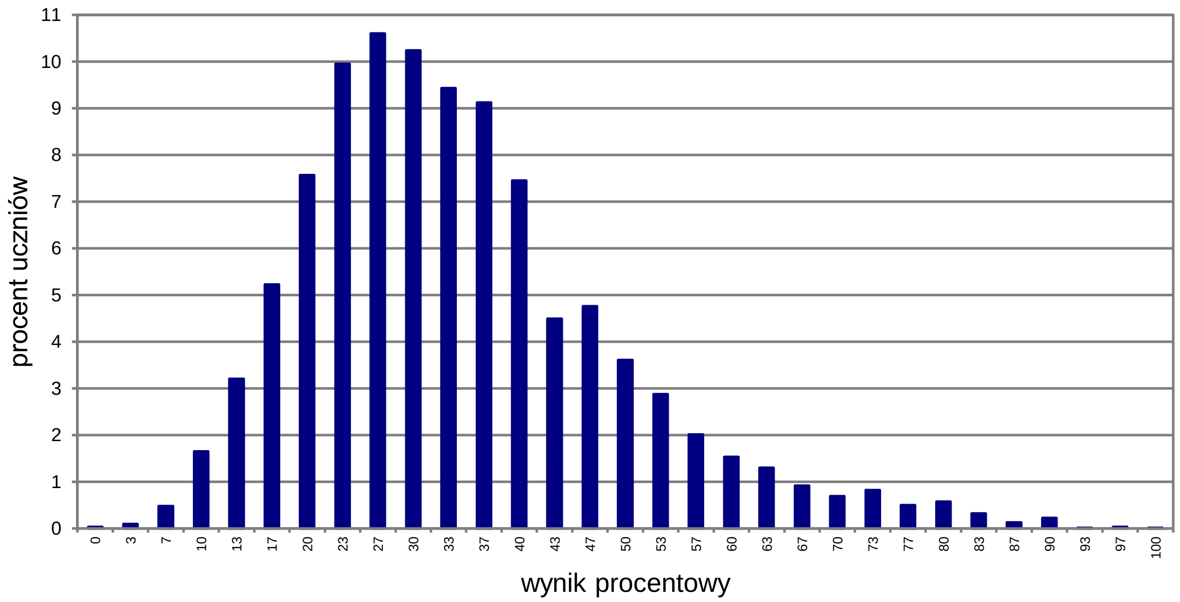
TABELA 14. WYNIKI UCZNIÓW SŁABOSŁYSZĄCYCH I UCZNIÓW NIESŁYSZĄCYCH – PARAMETRY STATYSTYCZNE

Liczba uczniów	Minimum (%)	Maksimum (%)	Mediana (%)	Modalna (%)	Średnia (%)	Odchylenie standardowe (%)
1136	0	100	32	20	40	26

Opis arkusza dla uczniów z niepełnosprawnością intelektualną w stopniu lekkim

Uczniowie z niepełnosprawnością intelektualną w stopniu lekkim rozwiązywali zadania zawarte w arkuszu OMAP-800-2004. Arkusz egzaminacyjny zawierał 18 zadań: 10 zamkniętych i 8 otwartych. Wśród zadań zamkniętych były zadania wyboru wielokrotnego i zadania typu prawda-fałsz. Zadania otwarte wymagały od uczniów samodzielnego sformułowania rozwiązania i zapisania odpowiedzi. Za poprawne rozwiązanie wszystkich zadań uczeń mógł otrzymać maksymalnie 30 punktów (15 punktów za zadania zamknięte i 15 punktów za zadania otwarte). Treści zadań przedstawiono lub dodatkowo zilustrowano za pomocą różnych form graficznych – tabele, rysunki – które ułatwiały udzielenie poprawnych odpowiedzi. Wiele z nich nawiązywało do sytuacji życiowych bliskich uczniowi.

Wyniki uczniów z niepełnosprawnością intelektualną w stopniu lekkim



WYKRES 8. ROZKŁAD WYNIKÓW UCZNIÓW

TABELA 15. WYNIKI UCZNIÓW Z NIEPEŁNOSPRAWNOŚCIĄ INTELEKTUALNĄ W STOPNIU LEKKIM – PARAMETRY STATYSTYCZNE

Liczba uczniów	Minimum (%)	Maksimum (%)	Mediana (%)	Modalna (%)	Średnia (%)	Odchylenie standardowe (%)
5204	0	100	33	27	34	15

Opis arkusza dla uczniów, którzy przystąpili do egzaminu w języku litewskim

Uczniowie, którzy przystąpili do egzaminu z zakresu matematyki w języku mniejszości narodowej, rozwiązywali zadania z arkusza standardowego przetłumaczone na język litewski.

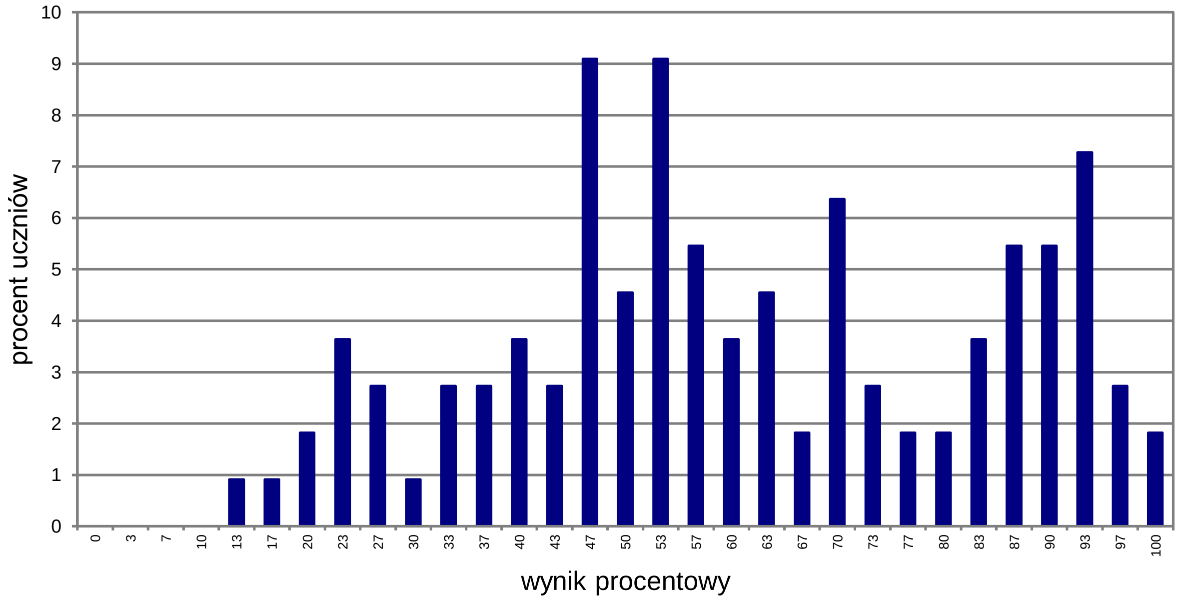
TABELA 16. WYNIKI UCZNIÓW, KTÓRZY PRZYSTĄPILI DO EGZAMINU W JĘZYKU LITEWSKIM – PARAMETRY STATYSTYCZNE

Liczba uczniów	Minimum (%)	Maksimum (%)	Mediana (%)	Modalna (%)	Średnia (%)	Odchylenie standardowe (%)
31	10	90	43	57	44	21

Opis arkusza dla uczniów z niepełnosprawnością ruchową spowodowaną mózgowym porażeniem dziecięcym

Uczniowie z niepełnosprawnością ruchową spowodowaną mózgowym porażeniem dziecięcym rozwiązywali zadania zawarte w arkuszu OMAP-Q00-2004. Arkusz egzaminacyjny zawierał 18 zadań: 11 zamkniętych i 7 otwartych. Wśród zadań zamkniętych było 6 zadań wyboru wielokrotnego i 5 typu prawda-fałsz. Zadania otwarte wymagały od uczniów samodzielnego sformułowania rozwiązania oraz zapisania odpowiedzi. Za poprawne rozwiązanie wszystkich zadań uczeń mógł otrzymać maksymalnie 30 punktów (po 15 punktów za zadania zamknięte i otwarte). Arkusz został dostosowany zgodnie z zaleceniami specjalistów. Uczniowie otrzymali arkusze dostosowane pod względem graficznym: zróżnicowano wielkość czcionki Arial 14 pkt i Arial 16 pkt, każde zadanie umieszczono na osobnej stronie, wyróżniono informację o numerze zadania i liczbie punktów możliwych do uzyskania za jego rozwiązanie, zwiększono odstępy między wierszami w tekstach, dodano i powiększono rysunki, zastosowano – jednolity w całym arkuszu – pionowy układ odpowiedzi. Przy każdym zadaniu zamkniętym umieszczono informację o sposobie zaznaczenia właściwej odpowiedzi. Treści wielu zadań odnosiły się do sytuacji życiowych bliskich uczniowi. W zadaniach wykorzystano wykres, tabele, rysunki, które ułatwiały udzielenie poprawnych odpowiedzi.

Wyniki uczniów z niepełnosprawnością ruchową spowodowaną mózgowym porażeniem dziecięcym



WYKRES 9. ROZKŁAD WYNIKÓW UCZNIÓW

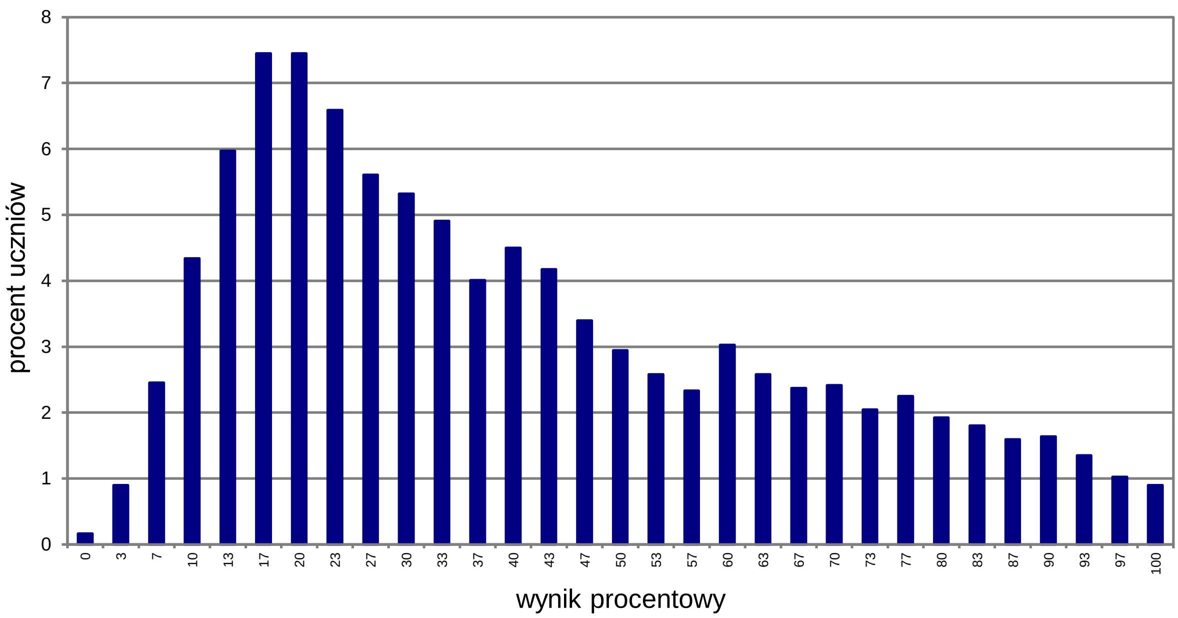
TABELA 17. WYNIKI UCZNIÓW Z NIEPEŁNOSPRAWNOŚCIĄ RUCHOWĄ SPOWODOWANĄ MÓZGOWYM PORAŻENIEM DZIECIĘCYM – PARAMETRY STATYSTYCZNE

Liczba uczniów	Minimum (%)	Maksimum (%)	Mediana (%)	Modalna (%)	Średnia (%)	Odchylenie standardowe (%)
110	13	100	57	47	61	23

Opis arkusza dla uczniów, o których mowa w art. 94a ust. 1 ustawy (cudzoziemcy)

Uczniowie, o których mowa w art. 94a ust. 1 ustawy (cudzoziemcy), rozwiązywali zadania zawarte w arkuszu OMAP-C00-2004. Arkusz ten składał się z 21 zadań: 15 zamkniętych oraz 6 otwartych. Za poprawne rozwiązanie wszystkich zadań uczeń mógł otrzymać maksymalnie 30 punktów (po 15 punktów za zadania zamknięte i otwarte). Arkusz był dostosowany do potrzeb zdających, którym ograniczona znajomość języka polskiego utrudnia zrozumienie czytanego tekstu. Trzony zadań i polecenia zapisano prostym językiem, ograniczając je do niezbędnych informacji. Treści zadań nawiązywały do sytuacji praktycznych, a dodatkowo większość z nich zilustrowano różnymi formami graficznymi.

Wyniki uczniów, o których mowa w art. 94a ust. 1 ustawy (cudzoziemcy)



WYKRES 10. ROZKŁAD WYNIKÓW UCZNIÓW

TABELA 18. WYNIKI UCZNIÓW, O KTÓRYCH MOWA W ART.94A UST.1 USTAWY (CUDZOZIEMCY) – PARAMETRY STATYSTYCZNE

Liczba uczniów	Minimum (%)	Maksimum (%)	Mediana (%)	Modalna (%)	Średnia (%)	Odchylenie standardowe (%)
2444	0	100	33	17	40	25

Centralna Komisja Egzaminacyjna
ul. Józefa Lewartowskiego 6, 00-190 Warszawa
tel. 22 536-65-00, fax 22 536-65-04
www.cke.gov.pl sekretariat@cke.gov.pl

Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Gdańsku
ul. Na Stoku 49, 80-874 Gdańsk
tel. 58 320-55-90, fax 58 320-55-91
www.oke.gda.pl komisja@oke.gda.pl

Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Jaworznie
ul. Adama Mickiewicza 4, 43-600 Jaworzno
tel. 32 616-33-99, fax 32 784-16-08
www.oke.jaworzno.pl oke@oke.jaw.pl

Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Krakowie
os. Szkolne 37, 31-978 Kraków
tel. 12 683-21-99, fax 12 683-21-00
www.oke.krakow.pl oke@oke.krakow.pl

Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Łomży
Al. Legionów 9, 18-400 Łomża
tel. 86 473-71-20, fax 86 473-68-17
www.oke.lomza.pl sekretariat@oke.lomza.pl

Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Łodzi
ul. Ksawerego Praussa 4, 94-203 Łódź
tel. 42 634-91-33, fax 42 634-91-54
www.oke.lodz.pl sekretariat@lodz.oke.gov.pl

Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Poznaniu
ul. Gronowa 22, 61-655 Poznań
tel. 61 854-01-60, fax 61 852-14-41
www.oke.poznan.pl sekretariat@oke.poznan.pl

Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Warszawie
Plac Europejski 3, 00-844 Warszawa
tel. 22 457-03-35, fax 22 457-03-45
www.oke.waw.pl info@oke.waw.pl

Okręgowa Komisja Egzaminacyjna we Wrocławiu
ul. Tadeusza Zielińskiego 57, 53-533 Wrocław
tel. 71 785-18-94, fax 71 785-18-66
www.oke.wroc.pl sekretariat@oke.wroc.pl